

## SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA ESTABILIDADE DO SISTEMA DE UMA AERONAVE

Bianca Taís Visoná Carnielo, biancatcarnielo@gmail.com<sup>1</sup>

Fábio Roberto Chavarette, chavarette@gmail.com<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"(UNESP) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS). Avenida Brasil, nº 56, Centro - Ilha Solteira/SP

**Resumo:** Veículos aéreos não tripulados possuem uso amplo não só no monitoramento remoto de fronteiras, grandes plantações e redes de transmissão de energia elétrica, mas também é de grande ajuda em casos de busca e resgate, por exemplo. Este trabalho consiste na simulação computacional da estabilidade de um mini helicóptero com três graus de liberdade, o qual foi modelado por meio de EDOs, usando os conceitos da dinâmica não-linear. Dessa forma, é possível evitar acidentes e perdas financeiras com a construção de diversos protótipos ou falha do projeto.

**Palavras-chave:** Dinâmica Não-Linear, VANT, Estabilidade, mini-helicóptero

### 1. INTRODUÇÃO

Com o advento da automação e das pesquisas no meio aeronáutico, os veículos aéreos não tripulados (VANT), do inglês Unmanned Aerial Vehicle (UAV), tornaram-se uma realidade. Estas aeronaves de pequeno porte podem ser controladas de forma remota, possibilitando então, o alcance a regiões de difícil acesso de forma mais eficiente e mais rápida. Dentre os mais diversos usos estão: captação de imagens, busca e resgate, mapeamento, inspeção de fronteiras, linhas de transmissão de energia elétrica e tubulações de gás, além de usos militares.

A simulação computacional de qualquer sistema é um método eficiente para prever o comportamento antes da construção do projeto, a fim de evitar perdas de recursos, materiais e tempo, os quais têm peso significativo no orçamento das empresas. Dessa forma, ao se modelar um problema e simulá-lo de maneira computacional, tem-se a garantia de que pode ser construído de maneira segura (Monteiro (2002)).

Este trabalho consiste na análise da dinâmica não linear de um mini helicóptero modelado por equações diferenciais ordinárias (EDOs), o modelo possui três graus de liberdade e é conhecido como PVTOL (Planar Vertical Take-Off and Landing). Trata-se de um modelo simplificado de um helicóptero real que possui seis graus de liberdade (Brandão *et al.* (2009)), uma aeronave de asas rotativas possibilita manobras como rotacionar e planar durante o voo.

A simulação foi realizada no software livre Octave utilizando o critério de Estabilidade Linear de Lyapunov, Dinâmica dos Expoentes de Lyapunov e Retratos de Fase.

#### 1.1 O Modelo

O sistema do mini helicóptero com três graus de liberdade está ilustrado na Fig. 1, a seguir são apresentadas as equações diferenciais ordinárias que o modelam (Brandão *et al.* (2009)).

$$m\ddot{x} = \tau_1 \cos \theta + \tau_3 \sin \theta \quad (1)$$

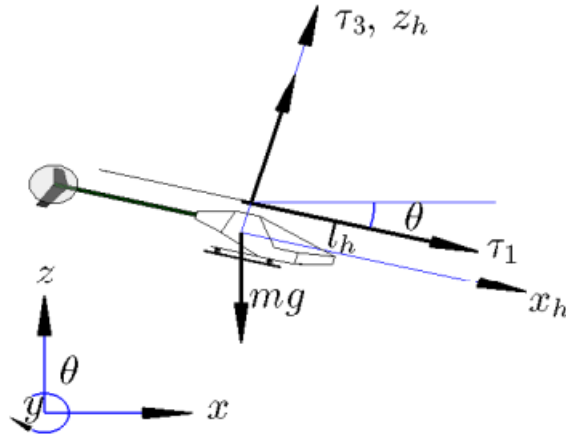
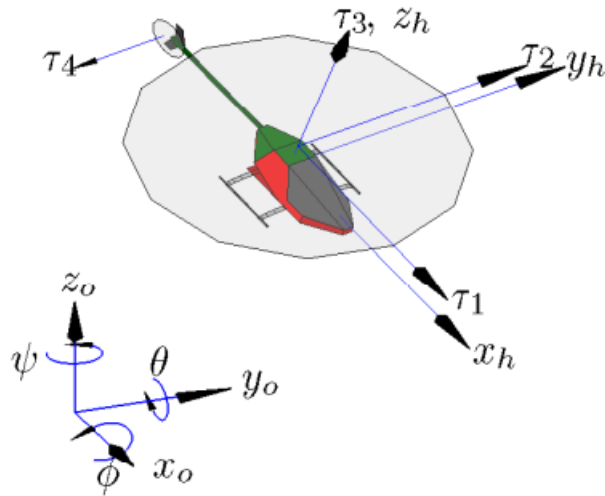
$$m\ddot{z} = -\tau_1 \sin \theta + \tau_3 \cos \theta - mg \quad (2)$$

$$i_{yy}\ddot{\theta} = l_h \tau_1 \quad (3)$$

Os parâmetros nas equações são:  $\tau_1$  e  $\tau_3$  consistem das componentes de propulsão do rotor principal,  $m$  é a massa da aeronave,  $l_h$  é a distância entre o rotor principal e o centro de massa da fuselagem,  $i_{yy}$  é o momento de inércia de massa do sistema e  $g$  é a aceleração gravitacional. As variáveis  $x$ ,  $z$  e  $\theta$  são os deslocamentos horizontal, vertical e o ângulo de arfagem (pitch), respectivamente, nas equações acima encontram-se as derivadas de segunda ordem dessas variáveis.

Esse modelo é a simplificação de um helicóptero com seis graus de liberdade, neste caso sua trajetória se limita aos eixos  $x$  e  $z$ , ou seja, deslocamento horizontal e vertical. Este tipo de aeronave é chamada de PVTOL (Planar Vertical Take-Off and Landing).

O sistema original está representado na Fig.2, para a simplificação as propulsões  $\tau_2$  e  $\tau_4$  foram consideradas iguais a zero.

Figura 1: Modelo de PVTOL. (Brandão *et al.* (2009))Figura 2: Modelo de Helicóptero 6-DOF. (Brandão *et al.* (2009))

## 1.2 Métodos

A princípio, escreveram-se as equações (1), (2) e (3) na forma de espaço de estados, ou seja, reduzindo até a primeira ordem por meio de troca de variáveis. A seguir, calcula-se a matriz Jacobiana do novo sistema. A análise da estabilidade é feita por meio dos autovalores dessa matriz.

Porém, as técnicas de controle não linear tradicionais não podem ser diretamente aplicadas a simulações de voo devido à presença de zeros instáveis (Hauser *et al.* (1992)). Assim, foi necessário linearizar o sistema e aplicar a Dinâmica Zero, que consiste em limitar as saídas e suas derivadas a serem nulas o tempo todo, sendo então possível estudar a estabilidade interna do sistema.

Os autovalores do sistema final (linearizado e após uso da Dinâmica Zero) possibilitam a construção do diagrama de estabilidade da estrutura, o qual mostra quando o modelo é estável ou instável. Então, fez-se a construção do diagrama de estabilidade para valores estáveis e instáveis, bem como o cálculo dos Expoentes de Lyapunov, para efeito comparativo. Além disso, foram construídos gráficos que mostram o comportamento do sistema ao longo do tempo em relação à variação do ângulo de arfagem e à velocidade angular.

## 2. RESULTADOS

As saídas do sistema são os deslocamentos vertical e horizontal, então para linearizá-lo as equações (1) e (2) são reescritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{m} & \frac{\sin \theta}{m} \\ -\frac{\sin \theta}{m} & \frac{\cos \theta}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (4)$$

Como a matriz em (4) é não-singular, uma vez que seu determinante é diferente de zero, é possível fazer sua inversão

e encontrar os valores para as propulsões, linearizando o modelo.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \cdot \cos \theta & -m \cdot \sin \theta \\ m \cdot \sin \theta & m \cdot \cos \theta \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right) \quad (5)$$

Onde  $v_1 = \ddot{x}$  e  $v_2 = \ddot{z}$ . A linearização torna a dinâmica de  $\theta$  inobservável, para garantir a estabilidade interna do sistema é necessário observar a Dinâmica Zero fazendo:  $v_1 = v_2 = 0$ . Da matriz em (5) conclui-se que o valor de propulsão  $\tau_1$  será:

$$\tau_1 = m \cdot (-g \sin \theta + v_1 \cos \theta - v_2 \sin \theta) = -mg \sin \theta \quad (6)$$

Substituindo a equação (6) em (3), tem-se que:

$$\ddot{\theta} = (-mg \sin \theta) \cdot \frac{l_h}{i_{yy}} \quad (7)$$

Com o intuito de facilitar a simulação, faz-se:

$$\frac{-mg l_h}{i_{yy}} = E \quad (8)$$

Portanto,

$$\ddot{\theta} = E \cdot \sin \theta \quad (9)$$

A equação (9) pode ser reescrita na forma de Espaços de Estados:

$$y_1 = \theta \quad (10)$$

$$y_2 = \dot{y}_1 \quad (11)$$

$$\dot{y}_2 = E \cdot \sin \theta \quad (12)$$

Então, calculando a matriz Jacobiana das equações (10), (11) e (12), em seguida os autovalores a ela associados, é possível encontrar o Diagrama de Estabilidade da Estrutura:

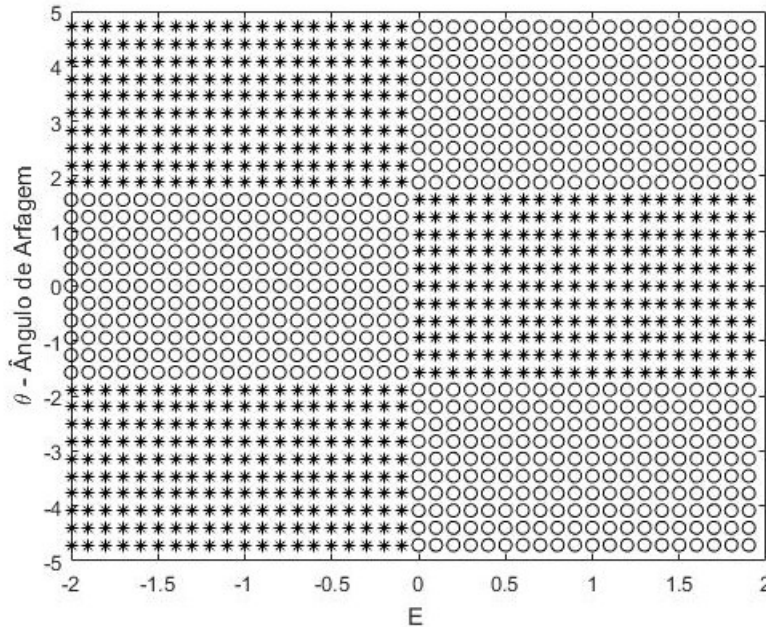


Figura 3: **Diagrama de Estabilidade.**

A matriz Jacobiana do sistema é:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ E \cdot \cos(y_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

De acordo com a equação (8) valores adequados para  $E$  são negativos, o que é confirmado pelo Diagrama de Estabilidade (Fig.3), é possível ver que os valores do ângulo de arfagem estáveis para  $E < 0$  estão dentro do esperado para o

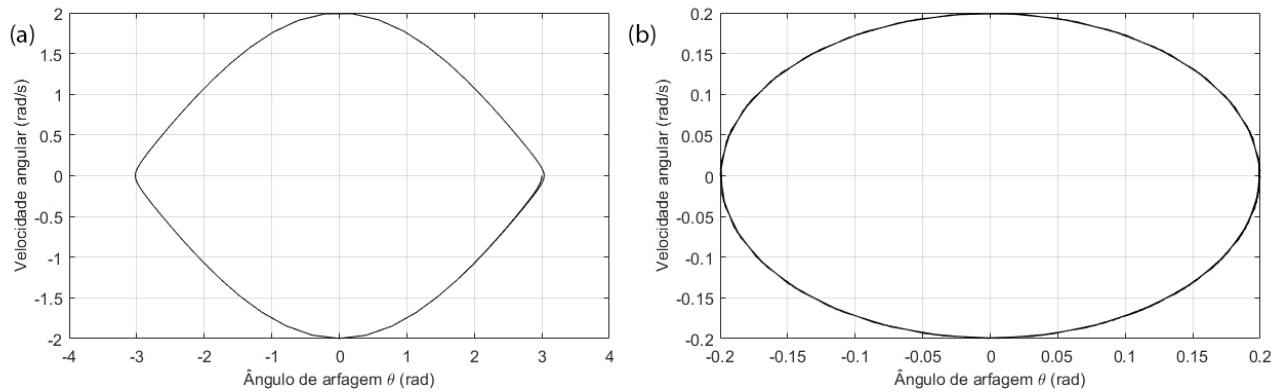


Figura 4: Planos de Fases. (a) Instável (b) Estável.

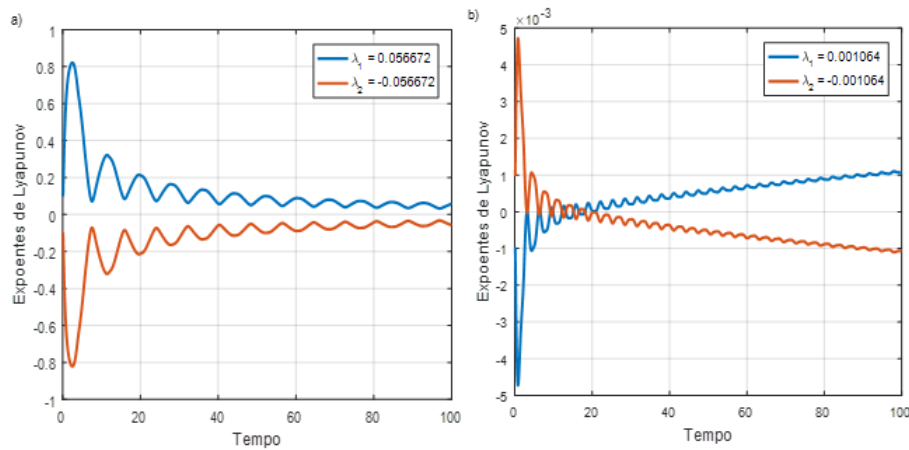


Figura 5: Expoentes de Lyapunov. (a) Instável (b) Estável.

que se considera real em uma aeronave. Assim, fixando  $E = -1$  e escolhendo-se para o ângulo condições iniciais estável ( $\theta = 0.2$ ) e instável ( $\theta = 3$ ), tem-se os planos de fases (Fig.4) e os Expoentes de Lyapunov (Fig.5) para os dois casos.

Os planos de fases mostram o comportamento dos estados em função um do outro, é possível ver na Fig.4(a) que o comportamento da aeronave não é tão controlado quanto na Fig.4(b).

A Figura 5 ilustra a evolução temporal dos Expoentes de Lyapunov para os dois casos mencionados, sendo a Fig. 5(a) o caso instável com presença de um expoente positivo ( $\lambda_1$ ) demonstrando o comportamento caótico, e a Fig. 5(b) para o caso estável, com expoentes próximos de zero, demonstrando ter comportamento periódico.

A Figura 6 mostra o histórico no tempo para o ângulo de arfagem do mini helicóptero, vê-se que para o caso instável o sistema apresenta tanto período quanto amplitudes maiores, tornando sua trajetória fora do esperado, na estabilidade ele permanece em torno do ângulo  $\theta = 0$  e rapidamente volta a essa posição.

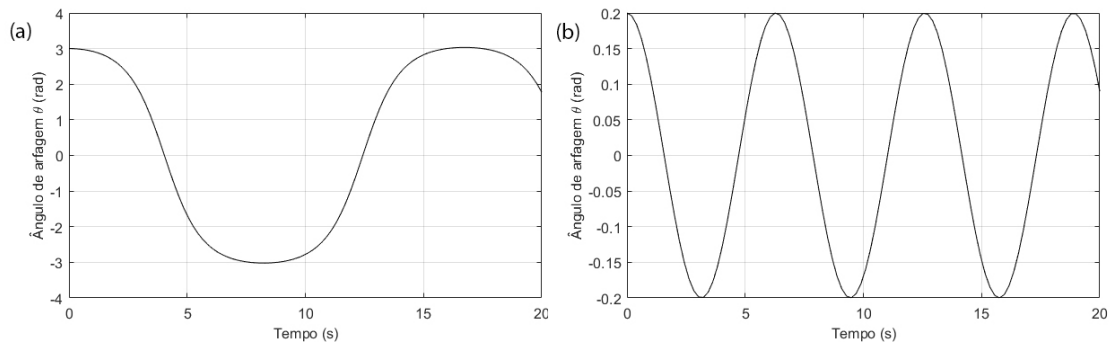


Figura 6: Histórico no Tempo - Ângulo de Arfagem. (a) Instável (b) Estável.

Já a Figura 7 mostra como varia a velocidade angular do sistema. Assim como no ângulo de arfagem, a velocidade angular na instabilidade apresenta uma amplitude maior, as curvas não são perfeitamente senoidais como no caso estável, apresentam concavidades, mostrando que o comportamento se altera ao longo do tempo.

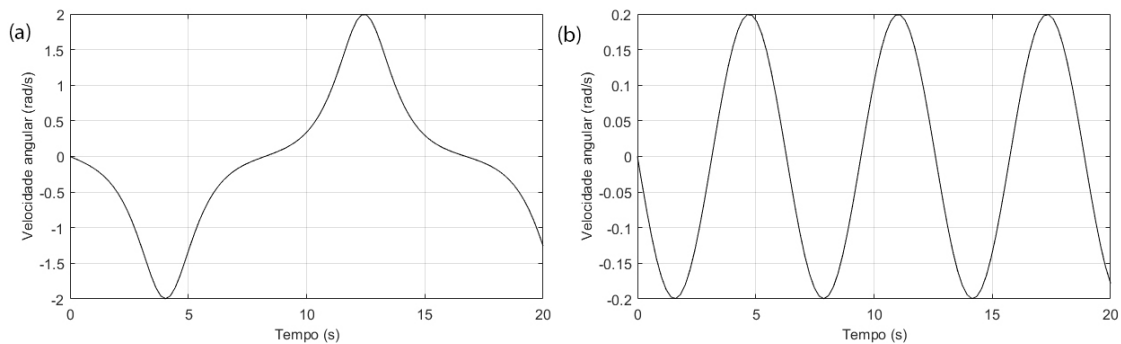


Figura 7: **Histórico no Tempo - Velocidade Angular. (a) Instável (b) Estável.**

### 3. CONCLUSÃO

Como o valor de  $E$  deve ser negativo, ambos os métodos de análise (Diagrama de Estabilidade e Expoentes de Lyapunov) bem como os Planos de Fase e Histórico no Tempo mostraram que valores de  $\theta$  próximos a zero são estáveis, enquanto os que se distanciam desse valor apresentam instabilidade.

De acordo com os resultados obtidos, o ângulo de arfagem ( $\theta$ ) deve permanecer em torno de zero, com a variação máxima dentro da estabilidade de  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ . Os Expoentes de Lyapunov para o valor ( $\theta = 0.2$ ) são muito próximos de zero, o que confirma sua estabilidade, já para ( $\theta = 3$ ) o método mostrou um resultado positivo e outro negativo, ou seja, realmente é instável.

O Histórico no Tempo mostra que para uma condição inicial instável, o mini helicóptero apresenta uma variação muito grande dos valores do ângulo de arfagem, chegando a completar um giro. Já para o caso estável, ele permanece dentro do esperado.

Além disso, os valores do parâmetro  $E$  devem ser negativos, pois a massa, a gravidade, a distância do centro de massa ao rotor e o momento de inércia são positivos, o que é confirmado pelo Diagrama de Estabilidade.

Assim, para que o sistema possa ser construído é necessário que se limite a variações pequenas do ângulo de arfagem. Altas amplitudes desse valor podem levar a uma queda ou descontrole da aeronave.

### 4. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Laboratório Sisplexos, onde este projeto foi realizado, à Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS) por toda infraestrutura e suporte, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

### 5. REFERÊNCIAS

- Brandão, A., Carelli, E., Sarcinelli-Filho, M. and Bastos-Filho, T., 2009. “Um controlador no linear de seguimento de trajetórias aplicado à navegação de um mini-helicóptero”. In *IX Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*. Brasília, Brasil, pp. 1–2.
- Hauser, J., Sastry, S. and Meyer, G., 1992. “Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: Application to v/stol aircraft”. *Automatica*, Vol. 28, No. 4, pp. 665–676.
- Monteiro, L., 2002. *Sistemas Dinâmicos*. Livraria da Física.

### 6. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

# COMPUTATIONAL SIMULATION OF AN AIRCRAFT SYSTEM STABILITY

**Bianca Taís Visoná Carnielo, biancatcarnielo@gmail.com<sup>1</sup>**

**Fábio Roberto Chavarette, chavarette@gmail.com<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"(UNESP) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS). Avenida Brasil, nº 56, Centro - Ilha Solteira/SP

**Resumo:** *Unmanned Aerial Vehicles have vast application not only on remote monitoring of borders, large plantations and lines of electric transmission, but they also are helpful in searches and rescues, for example. This work consists of a computational simulation of a mini-helicopter stability, that has three degrees of freedom, it was modeled using differential equations and the concepts of non-linear dynamics. Then, it is possible to avoid accidents and financial losses with incorrect framing or fails.*

**Palavras-chave:** *Non-Linear Dynamics, UAV, Stability, mini helicopter*