

MODELAGEM COMPUTACIONAL COM DIVERSOS GRAUS DE COMPLEXIDADE NO ESTUDO DA VIBRAÇÃO DE VIGA COM RIGIDEZ MODIFICADA

Thiago Bahia Groba, e-mail: tbgroba@gmail.com¹

Alexandre de Macêdo Wahrhaftig, e-mail: alixa@ufba.br²

Lauro Miguel Lima Rocha, e-mail: lauromiguel227@gmail.com³

^{1, 2, 3}Universidade Federal da Bahia (UFBA), Escola Politécnica, Departamento de Construção e Estruturas, Rua Aristides Novis, 02, 5º andar, Federação, Salvador – Ba, Brasil, CEP: 40210-910

Resumo: O fenômeno da vibração é um processo de extrema importância para inúmeros projetos e principalmente para situações envolvendo máquinas rotativas e seus suportes. Sabe-se que a vibração é um efeito, para a maioria dos casos, indesejável, já que conduz a uma redução da precisão do sistema, perda da qualidade da produção, aumento de manutenção, geração de ruídos, como também põe em risco a saúde e a segurança dos trabalhadores. Nesse sentido, a modelagem computacional é uma eficiente ferramenta no estudo de soluções para reduzir os efeitos negativos da vibração e evitar a ressonância, permitindo a ampliação da capacidade de análise em projeto. O modelo computacional elaborado, neste trabalho, visa simular uma viga caixão biapoiada, suportando um motor que gira em uma frequência determinada e que é comprimida axialmente por um macaco hidráulico. A força imprimida pelo macaco altera a rigidez da viga por meio da parcela da rigidez geométrica, modificando, conseqüentemente, sua frequência natural de vibração. Balizada por modelo analítico, a modelagem computacional foi construída com diferentes graus de complexidade utilizando o método dos elementos finitos (MEF), o que permite a incorporação gradual de detalhes em relação à física do problema.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos, Vibração, Ressonância, Base de Máquinas, Rigidez Geométrica.

1. INTRODUÇÃO

Inúmeros processos de engenharia envolvem o fenômeno das vibrações. Diante dos inconvenientes produzidos por vibrações induzidas em diferentes problemas, existe a necessidade do estudo detalhado das causas e consequências relacionadas a esse fenômeno e de possíveis sistemas criticamente afetados. Sabe-se, por exemplo, que a maioria dos motores rotativos estão sujeitos a problemas de vibração devido a um projeto realizado de forma inadequada, falta de manutenção, uso incorreto do equipamento e por conta do efeito inerente do atrito; e, devido à vibração não prevista, vários projetos podem ter seu desempenho afetado na forma de: ruídos excessivos, trepidação, perda de precisão de corte, redução da qualidade de acabamento superficial de um produto ou até mesmo falha mecânica por fadiga (Rao, 2008 e Beer *et al.* (2012)). Portanto, há uma necessidade do estudo da interação das máquinas potencialmente indutoras de vibração com suas estruturas de suporte. Essas estruturas de suporte, comumente chamadas de bases de máquina, têm papel importante nesse contexto, pois, além de suportar a fonte da excitação, devem, também, suportar os esforços dinâmicos por essa gerados.

É sabido que as características dinâmicas de uma estrutura dependem, basicamente, de sua rigidez e de sua massa. Com esses dois parâmetros é possível determinar os modos de vibração do sistema e suas respectivas frequências naturais. Todavia, a rigidez inicial de uma estrutura pode ser afetada pela aplicação de uma força horizontal, o que produz mudança nas frequências de vibração naturais da peça. No caso avaliado, tem-se uma viga caixão, de altura h , com espessura de parede t , de aço, com módulo de elasticidade E , inércia I , biapoiada, com um apoio fixo e outro móvel (lado esquerdo e lado direito da Fig. 1 (b), respectivamente), de frequência natural f_n , sujeita a uma carga axial de compressão P , proveniente de um macaco hidráulico. Nessa base de máquina, está apoiado um motor rotativo M , de frequência f_m , que será responsável pelo fenômeno da vibração. Importa saber se as alterações produzidas na frequência da viga podem chegar à ressonância com a do motor para uma determinada frequência de trabalho. A representação da viga, o arranjo estrutural e a seção transversal podem ser vistos na Fig. 1.

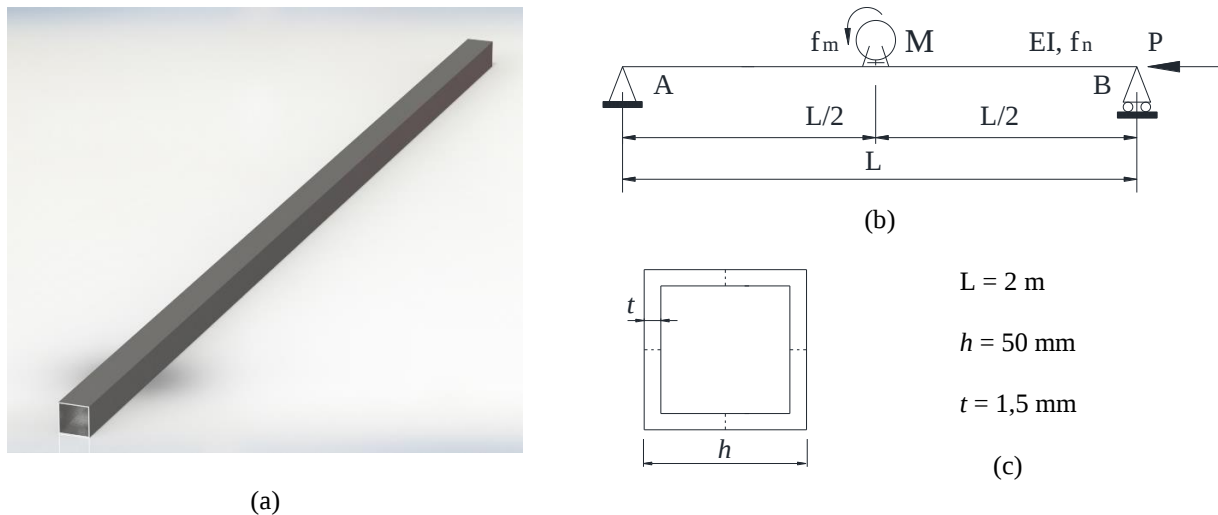


Figura 1: Viga caixão estudada (a), arranjo estrutural (b) e seção transversal (c)

2. PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

O método de análise computacional utilizado foi o Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF se baseia na discretização do contínuo por meio da divisão desse em vários elementos, conhecidos como elementos finitos, os quais estão conectados entre si através dos nós, para, em conjunto, formarem uma malha. Devido a essa simplificação do sistema contínuo, é indispensável o cuidado com os resultados, com a análise de convergência e com a comparação com outros meios de informação, como uma análise de referência, porque os resultados obtidos através do MEF são aproximados, estando condicionados ao tipo de modelo e à sua discretização (Budynas *et al.* (2011) e Norton, 2013).

A análise computacional realizada visa mostrar a influência da força axial compressiva no comportamento dinâmico do primeiro modo de vibração do sistema estudado. Nos cálculos realizados, utilizou-se a ferramenta de análise estrutural estática para se chegar ao cálculo da rigidez geométrica e da rigidez total da peça, para, em seguida, se aplicar a ferramenta de análise modal e se obter as frequências naturais do primeiro modo de vibração, para diversas intensidades de cargas axiais de compressão por meio do programa ANSYS *Workbench Student*, cujo objetivo foi o de buscar resultados numéricos computacionais, afim de compará-los com as análises matemático-analíticas realizadas.

Foram criados três modelos computacionais para o estudo do sistema, em níveis crescentes de complexidade no que diz respeito à modelagem computacional, sendo eles os modelos 1D (elemento finito unidimensional), 2D (elemento finito bidimensional) e 3D (elemento finito tridimensional), como exemplificado na Fig. 2. Os modelos se diferenciam entre si pelo custo computacional requerido, pelos tipos de elementos finitos usados e pela possibilidade de gerar resultados mais precisos. Além disso, à medida que se avança na hierarquia dos modelos, mais detalhes podem ser incorporados, aproximando-se do problema físico em níveis de fidelidade cada vez mais elevados e com a possibilidade de se incorporar componentes estruturais, partes, peças, etc., que nos modelos mais básicos não seria possível fazer.

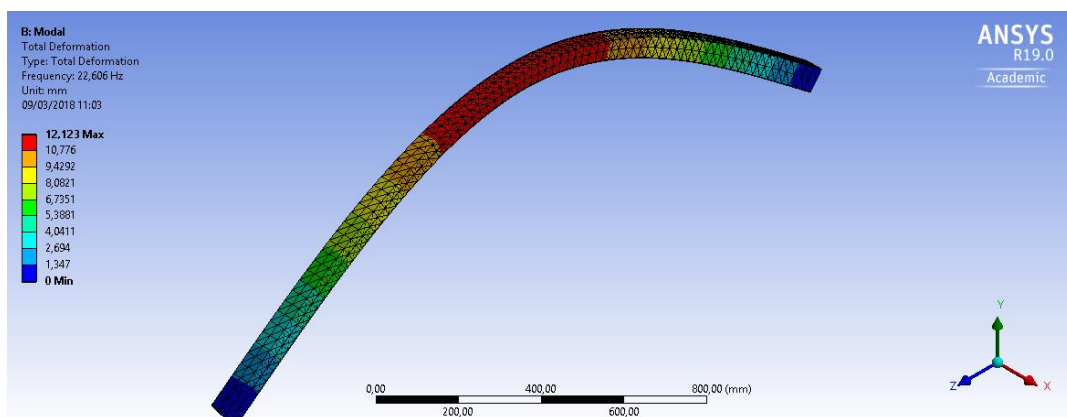


Figura 2: Exemplo de modelagem pelo MEF

O modelo 1D é o modelo mais simples entre todos, é o que oferece o menor custo computacional e que utiliza os elementos de viga. Esse modelo é caracterizado por usar elemento linear, representado por seu eixo longitudinal e com as dimensões da seção atribuídas matematicamente ao modelo. Já o modelo 2D é de classificação intermediária em relação ao custo computacional e recorre aos elementos de casca, onde o elemento plano é representado pela superfície média e

cujas espessuras são atribuídas, também, matematicamente ao modelo. Por fim, o modelo 3D, é o mais completo dentre os três, com maior custo computacional e utiliza elementos de sólido, com a espessura realmente definida como tal.

Todos os 3 modelos foram construídos em uma análise do tipo tridimensional, referida no programa como *Analysis Type 3D* e, portanto, têm uma liberdade inicial de 6 graus de liberdade (3 de translação e 3 de rotação); sendo restringidos pelas condições de contorno (áreas de aplicação dos suportes) e o tipo de elemento. É importante ressaltar que os modelos 1D e 2D, com elementos finitos unidimensionais e bidimensionais, respectivamente, apresentam algumas de suas dimensões atribuídas matematicamente (como descrito anteriormente) e, por isso, estão contidos em uma análise tridimensional sem perderem suas características 1D e 2D.

Os elementos finitos de cada modelo não só se diferenciam através dos números de dimensões como também através do formato, número de nós e número de graus de liberdade, o que forma um conjunto de fatores determinantes do custo de processamento. Sendo assim, baseado nos estudos de Chen et al. (2014), detalha-se a seguir suas principais características, sendo u , v e w os graus de liberdade de translação nos eixos x , y e z , respectivamente e θ_x , θ_y e θ_z correspondem aos graus de liberdade de rotação nos eixos x , y e z , respectivamente:

2.1. Elemento Finito do Modelo 1D

É um elemento linear, com 2 nós, e que possui um total de 6 graus de liberdade, sendo que cada nó possui 3 graus de liberdade (2 graus de translação e 1 grau de rotação). Escolheu-se na geração da malha a ordem do elemento automática, gerando um elemento de viga de ordem linear, sem nó intermediário. O que pode ser visto na Fig. 3.

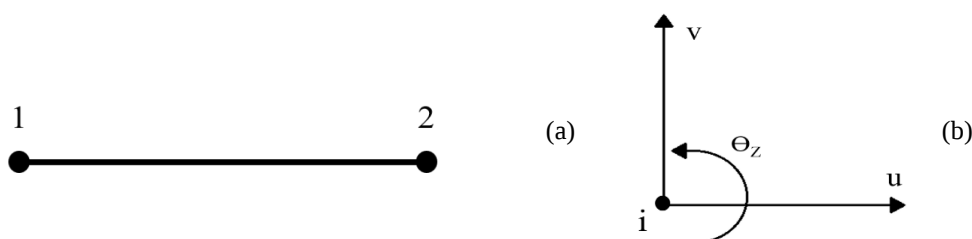


Figura 3 – Representação do elemento finito do modelo 1D (a) e seus graus de liberdade de cada nó (b)

2.2. Elemento Finito do Modelo 2D

O elemento finito do modelo 2D é um elemento plano, de formato retangular, com 4 nós, e que possui um total de 24 graus de liberdade, sendo 6 graus de liberdade para cada nó (3 graus de translação e 3 graus de rotação). Foi escolhido, na geração da malha, a ordem do elemento automática, gerando um elemento de casca de ordem linear. O que pode ser visto na Fig. 4.

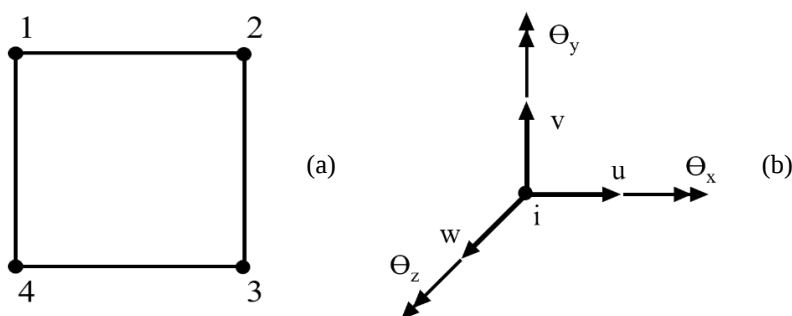


Figura 4 - Representação do elemento finito do modelo 2D (a) e seus graus de liberdade de cada nó (b)

2.3. Elemento Finito do Modelo 3D

A modelagem 3D foi feita com um elemento finito tridimensional, de formato tetraédrico, com 10 nós, e que possui um total de 30 graus de liberdade, sendo 3 graus de liberdade para cada nó (3 graus de translação). Foi escolhido, na geração da malha, a ordem do elemento automática, gerando um elemento tetraédrico de ordem quadrática, com nós intermediários. O que pode ser visto na Fig. 5.

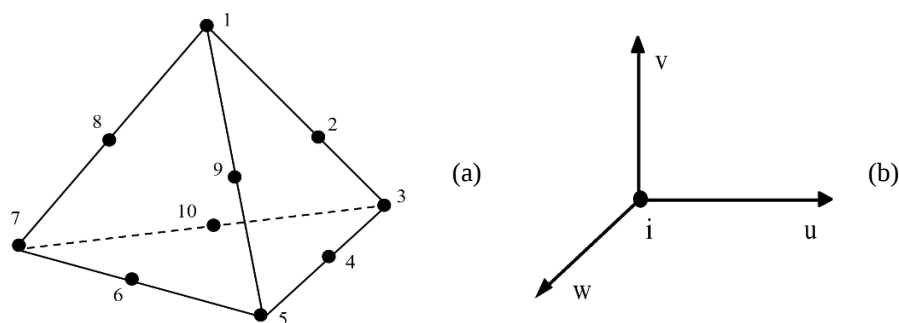


Figura 5 - Representação do elemento finito do modelo 3D (a) e seus graus de liberdade de cada nó (b)

A estruturação desses modelos foi desenvolvida de forma equivalente, com as etapas de construção similares, sendo que a grande diferença estava no desenho CAD e na geração de malha, os quais determinaram o tipo de elemento finito utilizado. Portanto, a descrição dos passos para o desenvolvimento e realização do procedimento computacional será apresentada a seguir, de forma unificada, sendo expandida e ramificada, quando necessário, com o intuito de diferenciar os modelos 1D, 2D e 3D em função das especificidades do programa utilizado.

O primeiro passo adotado foi a análise e seleção das ferramentas disponíveis no programa ANSYS *Workbench* e a escolha das quais fossem adequadas à análise modal de uma viga comprimida. As ferramentas escolhidas foram a de Análise Estrutural e de Análise Modal, interligadas entre si, já que o cálculo da rigidez geométrica e da rigidez do sistema (que são obtidos através do cálculo estrutural) são dados necessários e enviados à análise modal para se calcular a frequência do primeiro modo de vibração. Isso quer dizer que a matriz de rigidez obtida ao final do processamento estático é utilizada para o cálculo da frequência. Análises levando em conta essa estratégia de solução são encontradas nos trabalhos de Wahrhaftig *et al.* (2013) a (2017). A interface dessa junção de duas funções do ANSYS pode ser vista na Fig. 6.

É possível observar que a Análise Estrutural e a Análise Modal possuem itens inter-relacionados, sendo esses as principais e fundamentais etapas da construção dos modelos. O primeiro dos itens é o *Engineering Data*, que compõe a biblioteca de materiais do software, neste caso foi utilizado o aço estrutural com módulo de elasticidade de 205 GPa, densidade de 7850 kg/m³ e coeficiente de Poisson de 0,3. O segundo elemento da análise é o *Geometry*, que trata da parte do desenho da estrutura, realizado através do programa CAD (computer aided design) do próprio ANSYS, chamado de *Design Modeler*; além disso, através da aba de propriedades desse recurso, definiu-se o tipo de análise a ser feita (determinação da dimensionalidade do problema e dos graus de liberdade). É justamente nesta etapa do processo construtivo que os modelos se diferenciam, já que a construção de cada um é feita de forma singular. Em relação ao tipo de análise, descrita no programa como *Analysis Type*, que representa às dimensões geométricas do modelo, tem-se para todos os modelos uma análise do tipo 3D, que fornece liberdade inicial de 6 movimentos, 3 de translação (em x , y e z) e 3 de rotação (em x , y e z), porém sabe-se que a viga sofrerá restrições tanto dos elementos finitos escolhidos como das condições de contorno, como descrito anteriormente nas discussões sobre as malhas. O terceiro item é o *Model*, que está relacionado a criação e qualidade da malha e a definição e aplicação de pontos de massa (representando o motor e seus complementos de fixação). A criação da malha nos três modelos seguiu as mesmas etapas, utilizando três artifícios. São estes: *Body Sizing*, *Method* e o *Face Meshing*. No estudo da malha foram realizados diversos testes de refinamento e qualidade. Estudou-se tanto a convergência de resultados de deslocamento/deformação como também a razão do Jacobiano, para todas as malhas geradas, buscando-se sempre os melhores resultados e os menores custos computacionais.

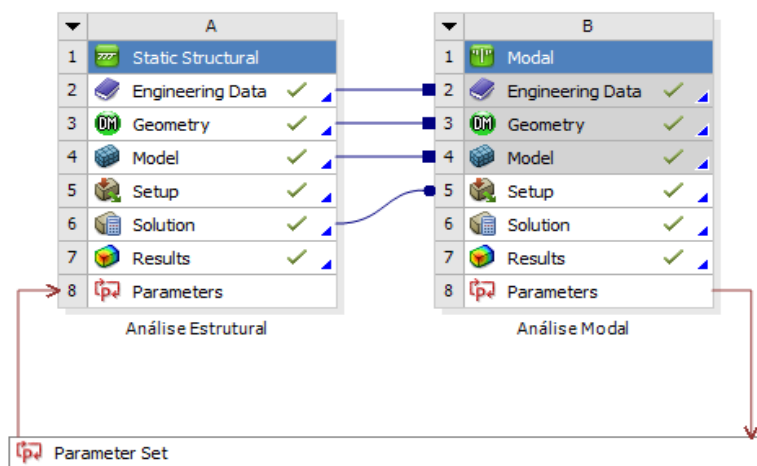


Figura 6: Interface e ferramentas do ANSYS utilizadas para os modelos 1D, 2D, 3D

A quarta etapa da construção é o *Setup*. Esse procedimento é responsável pela determinação das condições de contorno, onde se faz a aplicação do suporte fixo e móvel e da força de compressão, como já mostrados na Fig. 1 (b). O quinto passo é o *Solution*, função do próprio programa para resolver os cálculos numéricos. O sexto procedimento é o *Results*, cuja interface mostrará os resultados selecionados pelo usuário; nesta pesquisa o principal termo analisado é a frequência natural do primeiro modo de vibração da viga caixão. Por fim, tem-se o sétimo fator denominado *Parameters*, onde foi possível a geração de tabelas e gráficos relacionando a força de compressão aplicada com a frequência de vibração, para diferentes níveis de intensidade da força, que foram definidas. No caso em questão, a força de compressão é o parâmetro independente e a frequência de vibração é o parâmetro dependente, fruto dos cálculos do programa ANSYS.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A solução analítica de referência foi construída pelo método de Rayleigh (1877), conforme a Eq. (1), onde L é o comprimento da viga, m_v é a massa distribuída, m_c a massa concentrada no meio do vão (igual a 4,5697 kg), E o módulo de elasticidade do material, I a inércia da seção e P a força de compressão. A descrição da solução analítico-matemática de referência pode ser encontrada em Wahrhaftig et al. (2017).

$$f_n = \frac{1}{2} \left[\frac{(\pi^2 EI - PL^2)}{L^3 (Lm_v + 2m_c)} \right] \quad (1)$$

Após executar o programa para os três modelos estudados (1D, 2D e 3D), fez-se a síntese dos resultados por meio da construção de uma tabela comparativa, na qual são exibidos os resultados teórico-analítico e de cada modelo pelo MEF, ao lado do erro relativo percentual, permitindo uma avaliação comparativa dos resultados obtidos, como mostrado no gráfico da Fig. 7 e na Tab. 1.

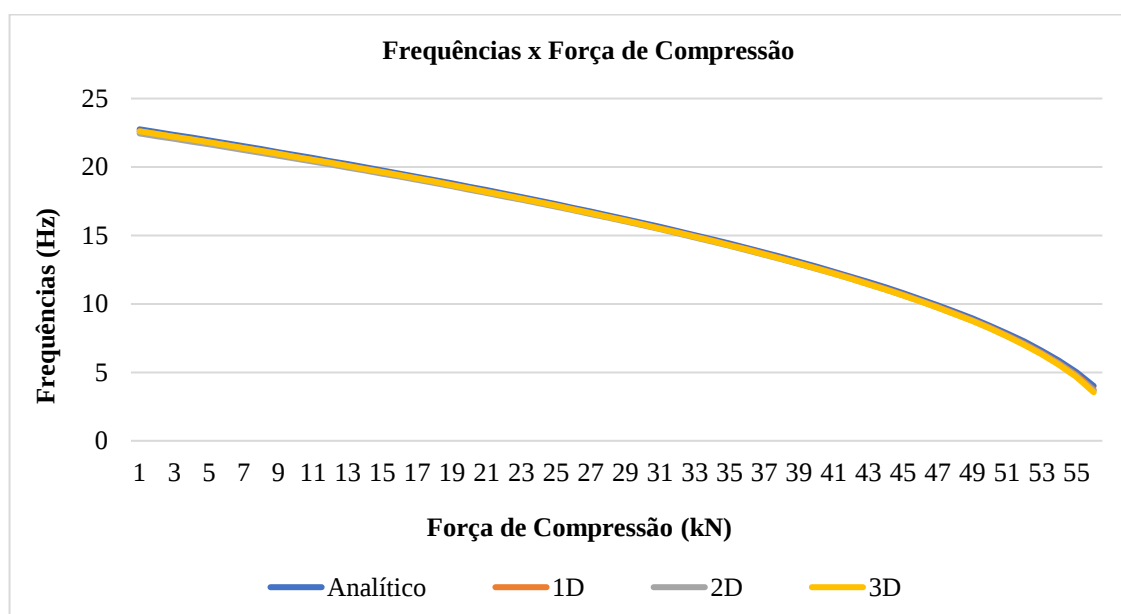


Figura 7: Gráfico comparativo entre o modelo analítico e os modelos computacionais 1D, 2D, 3D

Tabela 1: Tabela de resultados obtidos para as análises analítica e computacionais

Força de compressão (kN)	Frequências dos Modelos (Hz)				Erros Relativos das frequências (%)		
	Analítico	1D	2D	3D	1D	2D	3D
1	22,751	22,600	22,451	22,606	0,662	1,318	0,637
2	22,550	22,401	22,256	22,406	0,660	1,305	0,636
3	22,347	22,200	22,058	22,205	0,657	1,292	0,635
4	22,142	21,997	21,858	22,001	0,654	1,280	0,634
5	21,935	21,792	21,657	21,796	0,652	1,268	0,633
6	21,726	21,585	21,453	21,588	0,650	1,256	0,633
7	21,515	21,376	21,247	21,379	0,647	1,244	0,633

Força de compressão (kN)	Frequências dos Modelos (Hz)				Erros Relativos das frequências (%)		
	Analítico	1D	2D	3D	1D	2D	3D
8	21,302	21,165	21,040	21,167	0,645	1,232	0,633
9	21,087	20,951	20,829	20,953	0,643	1,221	0,633
10	20,870	20,736	20,617	20,737	0,642	1,210	0,634
11	20,650	20,518	20,402	20,519	0,640	1,199	0,635
12	20,428	20,297	20,185	20,298	0,639	1,188	0,636
13	20,204	20,075	19,966	20,075	0,638	1,177	0,638
14	19,977	19,849	19,743	19,849	0,637	1,167	0,640
15	19,747	19,621	19,519	19,620	0,636	1,157	0,643
16	19,515	19,391	19,291	19,389	0,636	1,147	0,646
17	19,280	19,157	19,060	19,154	0,636	1,138	0,650
18	19,042	18,921	18,827	18,917	0,636	1,129	0,654
19	18,801	18,681	18,590	18,677	0,637	1,121	0,659
20	18,557	18,438	18,350	18,433	0,638	1,113	0,664
21	18,309	18,192	18,107	18,186	0,639	1,105	0,670
22	18,059	17,943	17,860	17,936	0,641	1,098	0,677
23	17,804	17,690	17,610	17,682	0,644	1,092	0,685
24	17,546	17,433	17,356	17,425	0,647	1,087	0,694
25	17,284	17,172	17,097	17,163	0,650	1,082	0,703
26	17,019	16,907	16,835	16,897	0,654	1,078	0,714
27	16,749	16,638	16,569	16,627	0,659	1,074	0,726
28	16,474	16,365	16,297	16,352	0,664	1,072	0,739
29	16,195	16,086	16,021	16,073	0,671	1,071	0,754
30	15,911	15,803	15,740	15,788	0,678	1,071	0,770
31	15,622	15,514	15,454	15,499	0,686	1,073	0,788
32	15,327	15,220	15,162	15,203	0,696	1,076	0,808
33	15,027	14,920	14,864	14,902	0,707	1,080	0,830
34	14,720	14,614	14,560	14,594	0,719	1,087	0,855
35	14,407	14,301	14,249	14,280	0,733	1,096	0,883
36	14,087	13,981	13,931	13,958	0,749	1,108	0,914
37	13,759	13,654	13,605	13,629	0,767	1,122	0,949
38	13,424	13,318	13,271	13,291	0,788	1,140	0,988
39	13,080	12,974	12,928	12,945	0,811	1,161	1,032
40	12,727	12,620	12,575	12,589	0,838	1,188	1,082
41	12,363	12,256	12,212	12,222	0,870	1,219	1,139
42	11,989	11,880	11,838	11,844	0,906	1,257	1,205
43	11,602	11,492	11,451	11,454	0,948	1,303	1,280
44	11,202	11,090	11,050	11,049	0,997	1,359	1,368
45	10,787	10,674	10,634	10,629	1,055	1,426	1,470
46	10,356	10,240	10,200	10,191	1,124	1,508	1,592
47	9,906	9,787	9,747	9,734	1,207	1,609	1,738
48	9,435	9,311	9,271	9,254	1,309	1,736	1,916
49	8,938	8,810	8,769	8,747	1,436	1,895	2,137
50	8,413	8,278	8,236	8,209	1,598	2,102	2,418
51	7,852	7,710	7,665	7,633	1,811	2,376	2,786
52	7,248	7,096	7,048	7,010	2,101	2,754	3,287
53	6,589	6,423	6,371	6,325	2,517	3,302	4,007

Força de compressão (kN)	Frequências dos Modelos (Hz)				Erros Relativos das frequências (%)		
	Analítico	1D	2D	3D	1D	2D	3D
54	5,856	5,671	5,613	5,556	3,163	4,159	5,124
55	5,018	4,802	4,733	4,662	4,291	5,670	7,090
56	4,007	3,736	3,646	3,549	6,757	9,008	11,444
Média de erros (%)					1,054	1,586	1,412

A seguir apresentam-se comentários particulares a cada modelo em função dos resultados obtidos:

3.1. Modelo 1D

O modelo 1D apresentou resultados mais uniformes, com a menor média de erros relativos, contabilizando 1,054%. Isso se deve ao seu comportamento mais simples, cuja solução para o modelo de viga é a exata em relação à solução teórica de referência. A modelagem possuiu 80 elementos e 161 nós (refinamento obtido com a análise de convergência de resultados, com variações de deformações menores que 0,01% para malhas mais finas, e razão do jacobiano igual a 1 – sem distorções); além disso, o modelo apresentou uma quantidade de 483 graus de liberdade no total.

3.2. Modelo 2D

O modelo 2D mostrou resultados, em média, relativamente mais distantes do modelo analítico, comparativamente aos outros dois modelos computacionais, possuindo erro relativo médio de 1,586%. É importante ter em mente que a modelagem computacional é feita para a superfície média na espessura da seção, o que introduz uma aproximação da posição real das massas do sistema. O modelo elaborado possuiu 640 elementos e 648 nós (refinamento obtido com o estudo de convergência de resultados, com variações de deformações menores que 0,02% para malhas mais finas, e razão do jacobiano igual a 1 – sem distorções); além disso, tem uma quantidade de 3888 graus de liberdade no total.

3.3. Modelo 3D

O modelo 3D possuiu um erro relativo, em média, de 1,412%. Trata-se do modelo mais completo e complexo dentre os dois anteriores. Importante destacar um ligeiro aumento do erro relativo quando a força de compressão atinge valores próximos a 54 kN. Isso se deve à característica não linear do problema investigado (nível de tensão interna) e à sensibilidade do modelo à discretização. Convém mencionar que esses aspectos foram estudados por Wahrhaftig (2013), sendo encontrada, em contexto similar ao presente estudo, diferença da ordem 21% nas análises realizadas. O modelo tridimensional construído neste estudo possuiu 3840 elementos e 7728 nós (refinamento obtido com a avaliação de convergência de resultados, com variações de deformações menores que 0,1% para malhas mais finas e razão do jacobiano igual a 1 – sem distorções); além disso, teve uma quantidade total de 23184 graus de liberdade.

4. CONCLUSÃO

O problema estudado neste trabalho possuiu características não lineares, uma vez que depende do estado de tensões internas e centra-se na mudança da rigidez do sistema estrutural, especificamente a rigidez geométrica, modificada pela aplicação de uma força axial de compressão, o que afeta diretamente o cálculo das frequências de vibração. Para se avaliar esses aspectos, uma modelagem computacional utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) foi realizada no software *ANSYS Workbench*, com três diferentes modelos, do mais simples ao mais complexo, em relação ao custo de modelagem e de processamento computacionais. Os resultados obtidos se mostraram precisos e satisfatórios, representando de forma coerente a realidade do fenômeno estudado.

Ademais, ficou bem demonstrado, pelos resultados computacionais, o efeito da força de compressão na vibração do sistema estrutural, obtendo-se uma descrição eficaz do efeito da rigidez geométrica sobre a frequência natural de vibração de uma base de máquina rotativa, ratificando sua validade como ferramenta de controle dessa mesma vibração. Acrescenta-se que os resultados obtidos são de grande importância para a engenharia estrutural, já que formam um conjunto de dados comparativos que não só justificam os cálculos teóricos como também ratificam a análise matemática de referência, apontando características importantes, balizando a construção de futuros modelos computacionais no âmbito do projeto.

5. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi apoiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 443044/2014-7, Chamada Universal MCTI/CNPQ/14/2014. Os autores agradecem, também, ao PIBIC/UFBA pelas bolsas de Iniciação Científica contempladas no âmbito do EDITAL PROPCI/UFBA 01/2017 – PIBIC.

6. REFERÊNCIAS

- BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON E. Russell; CORNWELL, Phillip J., 2012, “Mecânica vetorial para engenheiros: dinâmica”, 9. ed., Porto Alegre: AMGH Editora Ltda.
- BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith., 2011, “Elementos de máquinas de Shigley: projeto de engenharia mecânica”, 8. ed., Porto Alegre: AMGH Editora Ltda.
- CHEN, Xiaolin; LIU, Yijun., 2014, “Finite element modeling and simulation with ANSYS Workbench”, Florida: CRC Press.
- NORTON, Robert L., 2013, “Projeto de máquinas: uma abordagem integrada”, 4. ed. Porto Alegre: Bookman.
- RAO, Singiresu S., 2008, “Vibrações mecânicas. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall”.
- RAYLEIGH, 1877, “Theory of Sound” (two volumes), Dover Publications, New York, re-issued.
- WAHRHAFTIG, Alexandre de M.; BRASIL, Reyolando M. L. R. F.; BALTHAZAR, José M., 2013, “The first frequency of cantilevered bars with geometric effect: a mathematical and experimental evaluation”, J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng., 35:457–467, doi:10.1007/s40430-013-0043-9.
- WAHRHAFTIG, Alexandre de M., 2013, “A técnica de discretização em barras comprimidas e as frequências naturais de vibração”, Congresso de Métodos Numéricos en Ingeniería, 25-28 junio 2013, Bilbao, España.
- WAHRHAFTIG, Alexandre M.; BRASIL, Reyolando M. L. R. F., 2016, “Initial undamped resonant frequency of slender structures considering nonlinear geometric effects: the case of a 60.8 m-high mobile phone mast”, J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng., doi:10.1007/s40430-016-0547-1.
- WAHRHAFTIG, Alexandre de M.; BRASIL, Reyolando M. L. R. F., 2016, “Representative Experimental and Computational Analysis of the Initial Resonant Frequency of Largely Deformed Cantilevered Beams”, International Journal of Solids and Structures, doi:10.1016/j.ijsolstr.2016.10.018.
- WAHRHAFTIG, Alexandre de M.; BRASIL, Reyolando M. L. R. F., 2016, “Vibration analysis of mobile phone mast system by Rayleigh method, Applied Mathematical Modelling”, doi:10.1016/j.apm.2016.10.020.
- WAHRHAFTIG, Alexandre de M.; NASCIMENTO, Lázaro S. M. S. C., BRASIL, Reyolando M. L. R. F., 2017, “Resonance evaluation with geometric stiffness and creep of slender beam of reinforced concrete”, In: Proceedings of the 6th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Rhodes Island, Greece, 15–17 June.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

COMPUTATIONAL MODELING WITH DIFFERENTS DEGREE OF COMPLEXITY FOR STUDYING THE VIBRATION OF A BEAM WITH MODIFIED STIFFNESS

Thiago Bahia Groba, e-mail: tbgroba@gmail.com¹

Alexandre de Macêdo Wahrhaftig, e-mail: alixa@ufba.br²

Lauro Miguel Lima Rocha, e-mail: lauromiguel227@gmail.com³

^{1, 2, 3}Federal University of Bahia (UFBA), Polytechnic School, Department of Construction and Structures, Rua Aristides Novis, 02, 5º andar, Federação, Salvador – BA, Brazil, CEP: 40210-910

Abstract. *The phenomenon of vibration is an extreme important process for numerous projects and especially for situations involving rotating machines and their supports. It is known that vibration is an effect, for almost all the cases, undesirable, because it leads to a system accuracy reduction, loss of production quality, increase of maintenance, noise generation, as well as can put in risk the health and safety of the workers. In this sense, computational modeling is an efficient tool for studying solutions to reduce the vibration negative effects and to avoid resonance, allowing the expansion of the analysis capacity in design. The computational model elaborated, in this work, aims to simulate a pinned-roller beam, supporting an engine that rotates at a determined frequency and that is compressed axially by a hydraulic jack. The force impressed by the hydraulic jack changes the stiffness of the beam through the geometric stiffness portion, thus modifying its natural frequency of vibration. Oriented by an analytical model, the computational modeling was constructed with different degrees of complexity using the finite element method (MEF), which allows the gradual incorporation of details in relation to the problem physics.*

Keywords: *Finite Element Method, Vibration, Resonance, Engine Base, Geometric Stiffness.*