

ESTUDO DE MODELOS BIFÁSICOS PARA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE TENDÕES

Jonatas Stefanello Fagundes, GMAp-UFGRS, jonatas.fagundes@ufrgs.br

Jakson M. Vassoler, GMAp-UFGRS, jmvassoler@ufrgs.br

Resumo. Neste trabalho foram estudados os modelos bifásicos poroelástico (PE) e poroviscoelástico (PVE) e a capacidade em representar o comportamento mecânico de tendão em sua região linear. Os modelos foram implementados usando o método de elementos finitos, sendo realizados testes numéricos de relaxação para compreender a capacidade de representação da resposta mecânica dos modelos. Os testes mostraram a dependência do modelo PE em relação ao coeficiente de Poisson da matriz sólida, por seu efeito na velocidade relativa entre a matriz sólida e o fluido. Se observou que usando os mesmos parâmetros poroelásticos, os modelos tendem a mesma resposta de equilíbrio. Na parte experimental, um tendão de pata suína foi submerso em fluido e ensaiado com uma carga cíclica, e os dados foram utilizados para ajuste de parâmetros. O resultado indicou vantagem do modelo PVE em comparação com o modelo PE, devido a consideração da viscosidade intrínseca da matriz sólida do tecido.

Palavras chave: Tendão, Poroelasticidade, Poroviscoelasticidade, Modelos Bifásicos.

1. INTRODUÇÃO

A simulação numérica do comportamento mecânico de tecidos biológicos tem atraído o interesse de pesquisadores devido a possibilidade de prever a resposta mecânica de estruturas/sistemas biomecânicos complexos. Porém, a correta representação mecânica de tecidos biológicos apresenta grandes dificuldades, já que a grande maioria apresenta na sua faixa natural de operação, em maior ou menor grau, fenômenos como dependência da taxa de carregamento, não linearidade e anisotropia (Viidik 1968). Dentre estes tecidos, pode-se destacar o tendão, que possui como principal função a transmissão de cargas do músculo para o osso, sendo sujeito a diversos tipos de lesões. Portanto, a compreensão do seu comportamento mecânico auxiliaria profissionais da área médica no desenvolvimento de dispositivos para implantes, técnicas de reconstrução de tendão, assim como no tratamento e prevenção de lesões.

Fisiologicamente o tendão pertence a categoria de tecido conjuntivo. Este tipo de tecido apresenta como composição básica células, uma matriz extracelular sólida, e água intersticial. Essa estrutura hidratada apresenta um comportamento mecânico intrincado, mesmo para simples cargas uniaxiais. Apesar da evidente presença significativa de líquido, a maioria dos trabalhos encontrados em literatura usam modelos clássicos viscoelásticos associando a viscosidade à um sólido. Uma categoria de modelos constitutivos que tem apresentado bons resultados na incorporação do fluido intersticial no comportamento mecânico de tecidos hidratados são os modelos bifásicos.

Modelos bifásicos poroelásticos foram originalmente criados para o estudo de mecânica dos solos (Terzaghi, 1925). O modelo bifásico linear tem sido muito utilizado para análise de tecidos hidratados, na região de comportamento fisiológica (linear, pré-condicionada). Este modelo, apesar de sua simplicidade em termos do número de parâmetros, possui a desejável resposta viscosa proveniente da inclusão de uma fase fluida.

Uma forma de considerar o comportamento viscoso atribuído a parte sólida foi proposta com os modelos bifásicos poroviscoelásticos, que incorporam viscosidade na fase sólida, que em teoria melhorariam a capacidade preditiva de comportamento mecânico em tecidos biológicos. A sua desvantagem é que o número de parâmetros de material cresce significativamente.

Assim, o objetivo deste trabalho é o estudo da aplicação dos modelos bifásicos poroelástico (PE) e poroviscoelástico (PVE) para a representação do comportamento de tendões na região fisiológica, incorporando a fase fluida do tecido na sua caracterização. Pretende-se avaliar a diferença de resposta entre os dois modelos e também avaliar a capacidade de representar o comportamento de um tendão real em condições ambientais realísticas, através de um ajuste de parâmetros dos dados de um ensaio mecânico.

2. MODELOS BIFÁSICOS

Na teoria bifásica é assumido que tanto a fase sólida como a fase líquida são incompressíveis e sujeitas a pequenas deformações, enquanto que o tecido como um todo é compressível através da exsudação de fluido. Os efeitos de viscosidade são incluídos através de uma força de corpo difusiva proporcional a velocidade relativa entre o fluido e o sólido. Também é assumido que a permeabilidade e o conteúdo sólido são independentes da deformação, que a fase sólida é isotrópica linear elástica, e que todos os efeitos inerciais são desprezíveis. Neste trabalho será apresentada superficialmente a estrutura matemática de um modelo do tipo poroelástico. Mais informações podem ser buscadas em Spilker et al. (1990) e em Mow et al. (1980).

Considerando um domínio Ω , com fronteira Γ e um volume total V , um volume líquido V_f e um volume sólido V_s . Sendo as quantidades $(\cdot)^s$ e $(\cdot)^f$ representando quantidades associadas com a fase sólida e líquida, respectivamente. Sobre essas hipóteses as equações de equilíbrio de momento da fase sólida e da fase fluida são:

$$\nabla \sigma^s + b^s = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \sigma^f + b^f = 0 \quad (2)$$

onde σ^f e σ^s é a tensão da fase fluida e sólida, b^f e b^s é a força de corpo da fase fluida e sólida e $\nabla (\cdot)$ é o operador divergente. As equações constitutivas para a fase sólida e fluida são, respectivamente:

$$\sigma^s = -\phi^s p I + \lambda^s e^s I + 2\mu^s \varepsilon^s \quad (3)$$

$$\sigma^f = -\phi^f p I \quad (4)$$

onde p é uma pressão, ϕ^s é a solidez ($\frac{V_s}{V}$), I é o tensor identidade, λ^s e μ^s são as constantes de Lamè, ε^s é o tensor deformação da fase sólida e e^s é o traço de ε^s , ϕ^f é a porosidade ($\frac{V_f}{V}$), e a relação $\phi^f + \phi^s = 1$ é sempre válida.

O termo de acoplamento entra a fase sólida e fluida é proporcional a diferença de velocidade entra ambas, dado pela relação de troca de momento incluída na força de corpo:

$$b^s = -b^f = \frac{(\phi^f)^2}{k} (v^f - v^s) \quad (5)$$

onde k é a permeabilidade, v^f é a velocidade da fase fluida e v^s a velocidade da fase sólida.

Além da equação de equilíbrio de momentum, também se deverá cumprir a equação da continuidade (conservação de massa):

$$\nabla(\phi^s v^s + \phi^f v^f) = 0 \quad (6)$$

onde as condições de contorno são: $u^s = \bar{u}^s$ em Γ_{u^s} ; $v^f = \bar{v}^f$ em Γ_{v^f} ; $t^s = \bar{t}^s$ em Γ_{t^s} ; $p = \bar{p}$ em Γ_{p^f} .

Na teoria poroviscoelástica (BPVE) introduzida por Mak et al. (1986) usa-se uma forma integral incorporada na tensão efetiva sólida:

$$\sigma^s = \lambda^s \int_{-\infty}^t G(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \text{tr}(\varepsilon^s) I d\tau + 2\mu^s \int_{-\infty}^t G(t-\tau) \frac{\partial(\varepsilon^s)}{\partial \tau} d\tau \quad (7)$$

onde $G(t)$ é a função de relaxação.

Neste trabalho os modelos poroelásticos (PE) e poroviscoelásticos (PVE) foram implementados no software Matlab usando o método de elementos finitos. A formulação foi particularizada para o caso axissimétrico, usando elementos retangulares lineares. Para a discretização no domínio do tempo foi usado o esquema trapezoidal de Crank-Nicolson (Hughes, 2000). Maiores detalhes sobre o sistema de equações e sua implementação podem ser encontrados em Spilker et al (1990) e Suh et al (1998).

Vale ressaltar que nesta etapa preliminar do estudo dos modelos frente a fenômenos viscosos, como os observados em tendões, é utilizada a hipótese de elasticidade linear na descrição do comportamento da fase sólida, como originalmente proposto pelos autores. Já na identificação de parâmetros do teste experimental, de forma a ter consistência na representação do tendão, os modelos originais foram modificados de forma a utilizar a hipótese de isotropia transversal do material, alinhando as fibras na direção longitudinal (Cohen et al., 1988).

3 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Com o objetivo de compreender a capacidade do modelo PE frente a representação de fenômenos viscosos, este foi estudado frente ao teste de relaxação. Dos 4 parâmetros deste modelo, o que demonstra maior sensibilidade a relaxação, e consequentemente a viscosidade, é o Coeficiente de Poisson, como já indicado em Suh et al. (1999), o qual afirma que o mesmo teria influência considerável na viscoelasticidade ocasionada pela interação com o fluido. De forma a investigar esse efeito foram realizados testes numéricos de relaxação, variando o coeficiente de Poisson. A geometria usada nos testes consistiu de uma coluna de $d=3$ mm e $h=1.22$ mm. A carga consiste de um deslocamento linearmente crescente até se obter uma deformação de $\varepsilon = -10\%$ em $t_o = 15$ [s], mantendo o carregamento constante até $t=300$ [s].

O resultado para a força de reação ao longo do tempo para os diferentes valores do coeficiente de Poisson é mostrado na Fig. (1):

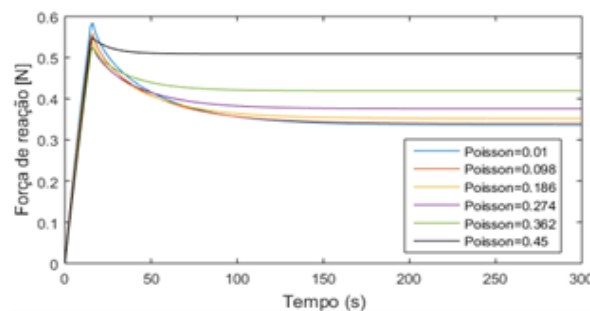


Figura 1 Força de reação ao longo do tempo para diferentes coeficientes de Poisson

Na Fig. (2) é mostrado o valor absoluto de velocidade relativa ($V_s - V_f$) no nó em que a mesma possui maior valor, em $t = t_o$ para diferentes valores de Poisson.

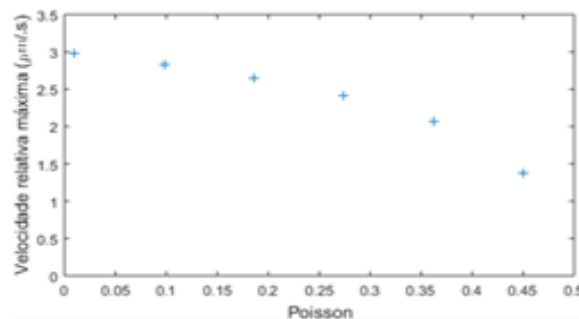


Figura 2 Velocidade relativa máxima para diferentes coeficientes de Poisson

A partir dos resultados mostrados, se pode argumentar que conforme “ ν ” se aproxima de 0.5, menor seria a mudança do volume aparente da matriz sólida, levando a um menor movimento de fluido intersticial (e consequente menor velocidade relativa), o que de acordo com o modelo PE diminuiria a dissipação de momento devido ao movimento do fluido, explicando a diferença na força de reação apresentada na Fig. (1). Visto que o tendão normalmente é considerado incompressível, em vias práticas, ter-se-ia uma limitação frente a representação do fenômeno.

3.1. Diferença na resposta mecânica entre modelo PE e PVE

Como forma de melhor compreender as diferenças na resposta mecânica entre os modelos PE e PVE foi realizado um teste numérico de relaxamentos de tensões usando ambos os modelos. A geometria e o carregamento imposto são o mesmo usado no caso anterior. A fim de comparação, os parâmetros poroelásticos usados no modelo PE e PVE foram os mesmos. O resultado obtido na força de reação usando ambos modelos é mostrado na Fig. (3):

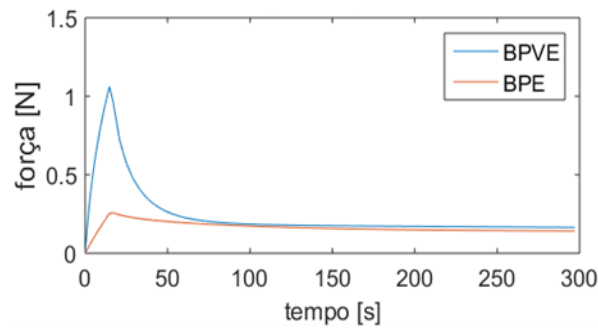


Figura 3 Força de reação

A resposta acima indica que ambos os modelos tendem ao mesmo resultado em longos períodos de tempo. Se nota que a viscosidade introduzida no modelo PVE tende a produzir uma rigidez inicial maior, como esperado, que domina a resposta mecânica no curto prazo. Outro resultado interessante é a pressão obtida no instante em que ela alcança o seu maior valor, em $t=15s$. O contorno de pressão nesse instante de tempo para o modelo PE e PVE é mostrado na Fig. (4).

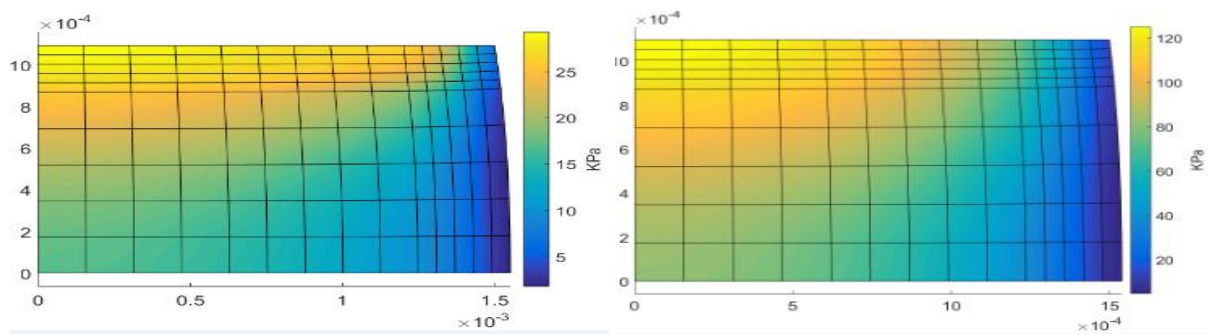


Figura 4. Distribuição de pressão modelo PE (esquerda) e do modelo PVE (direita)

Logo se percebe que o modelo PVE apresenta uma pressão máxima de valor maior que o dobro atingido pelo modelo PE. Se pode presumir que isso ocorra devido a rigidez extra induzida pela lei viscosa na parte sólida, ocasionando que uma maior pressão seja necessária antes de ocorrer um movimento da fase sólida que a relaxe, através do escoamento do fluido.

4. METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A fim de estudar a resposta dos modelos frente a uma situação mais realística, foi realizado um ensaio em um tendão flexor proveniente de uma pata suína dianteira. Após a dissecação da pata e obtenção da amostra foi realizada uma sutura nas extremidades do tendão de modo fornecer rigidez na região e evitar o escorregamento nas garras da máquina de tração.

Após a preparação da amostra se realizou o ensaio com o corpo de prova submerso em água na temperatura controlada de 32°C, buscando reproduzir condições *in vivo* e uma situação mais condizente com as condições de contorno de um caso de poroelasticidade não confinada. A Fig. (5) mostra o corpo de prova preparado e fixado na máquina de ensaio.



Figura 5 Corpo de prova fixado na máquina de ensaio

Antes da realização do carregamento cíclico, um pré-condicionamento da amostra é realizado. Foi imposto uma pré-carga de 50 N durante 100 segundos com o objetivo de alcançar a região linear do tendão (fibras estendidas), buscando a consistência com a hipótese do modelo implementado (transversalmente isotrópico linear). Após a carga é levada até 100 N e dois ciclos de carga-descarga são efetuados, com pico máximo de 180 N. A Fig. (6) mostra o carregamento aplicado, sendo os dados deste ensaio usados no posterior ajuste de parâmetros.

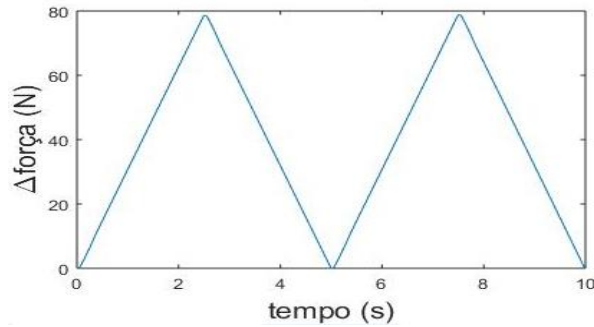


Figura 6 Carregamento (Força-Tempo)

5. AJUSTE DE PARÂMETROS

Para esta etapa se utilizou isotropia transversal nos modelos PE e PVE. O ajuste de parâmetros foi realizado usando a técnica de otimização de mínimos quadráticos, utilizando o MATLAB. O deslocamento “ d_m ” obtido no ensaio foi imposto no modelo numérico, e o ajuste dos parâmetros “ k ” foi realizado até que a diferença quadrática entre força obtida numericamente “ F_n ” e a força imposta no ensaio “ F_e ”, mostrada na Fig. (6), se aproximasse de zero.

$$\min_k \sum (F_n(d_m, k) - F_e(d_m))^2 \quad (8)$$

Os parâmetros encontrados no procedimento de identificação de parâmetros do modelo PE e PVE são apresentados na Tab. (1).

Tabela 1 Ajuste de parâmetros para o modelo PE e PVE

PE		PVE	
κ	0.3901e-14 [m^4 / Ns]	κ	2.363e-12 [m^4 / Ns]
*	*	G_i	0.750
*	*	τ_1	2.065 [s]
*	*	τ_2	2.221
E_1	4.102 [MPa]	E_1	0.320 [MPa]
E_3	0.205 [MPa]	E_3	3.846 [MPa]
ν_{21}	0.910	ν_{21}	0.269
ν_{13}	0.001	ν_{13}	0.247
G_{31}	2.567 [MPa]	G_{31}	3.392 [MPa]

* Parâmetros não usados no modelo PE

Os resultados das respostas mecânicas de força e deslocamento são apresentados na Fig. (7).

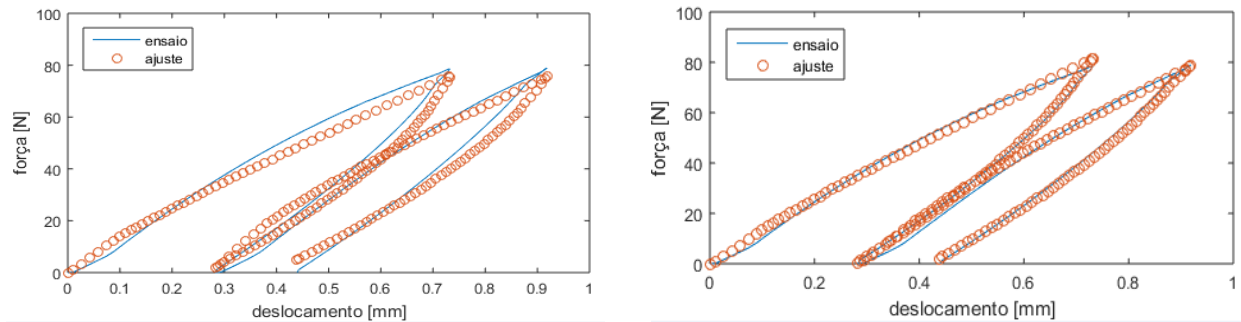


Figura 7 Resultado do ajuste para o modelo PE (esquerda) e para o modelo PVE (direita)

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho é apresentado um estudo da aplicação de modelos bifásicos poroelástico e poroviscoelástico para a caracterização do comportamento mecânico de tendão, como alternativa aos clássicos modelos de viscoelasticidade que consideram apenas a fase sólida.

A inclusão de uma fase fluida, com o modelo poroelástico, possibilitou a representação de comportamento viscosos, mesmo considerando a fase sólida elástica linear. Este modelo possui um número pequeno de parâmetros para esta condição, porém apresenta comportamentos viscosos significativos apenas quando se encontra longe de condições de incompressibilidade (Coeficiente de Poisson próximo a 0.5), o que pode não ser consistente com aplicações a tecidos biológicos onde normalmente assume-se incompressibilidade. No modelo poroviscoelástico a inclusão de viscosidade na fase sólida, de forma análoga aos modelos clássicos de viscoelasticidade sólidos, como esperado trouxe mais flexibilidade a representação de comportamentos viscosos, ao custo de uma quantidade maior de parâmetros.

Por fim, no estudo da representação do comportamento mecânico de um teste experimental, o procedimento de ajuste de parâmetros demonstrou a superioridade do modelo PVE na representação mecânica de tendões, quando comparado ao modelo PE.

7. REFERÊNCIAS

- B. COHEN; W. M. LAI ; V. C. MOW. A transversely Isotropic Biphasic Model for Unconfined Compression of Growth Plate and Chondroepiphysis. Departments of Mechanical Engineering and Orthopaedic Surgery, Columbia University, New York.
- MAK, A. F. The apparent viscoelastic behavior of articular cartilage-the contributions from the intrinsic matrix viscoelasticity and interstitial fluid flows. *Journal of Biomechanical Engineering*, v.108,n.2,p.123-130,1986.
- SPIPKER, R. L.; SUH, J. -K. Formulation and evaluation of a finite element model for the biphasic model of hydrated tissues. *Computers and Structures*, v.35, n.4, p. 435-439, 1990. ISSN 0045-7949. Special Issue: Frontiers in Computational Mechanics.
- SUH, J. -K.; BAI, S. Finite element formulation of biphasic poroviscoelastic model for articular cartilage. *Journal of Biomechanical Engineering, ASME*, v.120, n.2, p.195-201, 1998.
- SUH, J. -K.; DISILVESTRO, M. R. Biphasic poroviscoelastic behavior of hydrated biological soft tissue. *Journal of Applied Mechanics, ASME*, v.66, n.2, p.528-535, 1999.
- TERZAGHI, K. *Erdbaumechnik auf bodenphysikalischer grundlage*. Franz Deuticke, Leipzig, 1925.
- THOMAS J. R. HUGHES. *The finite element method: Linear static and Dynamic finite element analysis*. Dover Publication, 2000.
- V. C. Mow; S. C. Kuei; W. M. Lai; C. G. Armstrong. Biphasic creep and stress relaxation of articular cartilage in compression: theory and experimental. *Journal of Biomechanics*, Vol. 102, 1980, pag. 73-84.
- VIIDIK A. A rheological model for uncalcified parallel-fibred collagenous tissue. *Journal of Biomechanics*, v.1, p.3-11. 1968.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer as agências de fomento CNPq, Finep e CAPES, que forneceram suporte financeiro para a realização deste trabalho.

9. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.