

Estimação de parâmetros de uma carga móvel aplicada a uma viga biapoiada

Matheus Apolinário Michelin, matheus_michelon@hotmail.com¹

Aldélio Bueno Caldeira, aldelio@ime.eb.br¹

Maurício Gruzman, gruzman@ime.eb.br¹

¹ Instituto Militar de Engenharia, Praça Gen. Tibúrcio, 80, 22291-270, RJ, Brasil

Resumo: Neste artigo é apresentado um sistema de medida indireta da massa e da velocidade de uma carga móvel que se desloca em velocidade constante sobre uma viga biapoiada. As medidas indiretas são realizadas empregando técnicas de problema inverso de estimativa de parâmetros. Os métodos Gradiente Conjugado e Particle Swarm Optimization são utilizados na solução do problema inverso. Neste estudo, medidas pseudoexperimentais da deflexão da viga são obtidas a partir de uma solução analítica por séries de Fourier sobre a qual é introduzido um ruído randômico. O desempenho dos métodos de otimização e o efeito do nível de ruído sobre as estimativas da velocidade e da massa da carga móvel são avaliados.

Palavras-chave: carga móvel, vibrações, gradiente conjugado, PSO.

1. INTRODUÇÃO

A determinação da massa de caminhões em rodovias e em empresas representa uma importante questão para a redução de custos logísticos. Nas rodovias através do controle de pesagem evita-se o excesso de carga, consequentemente a diminuição no desgaste das rodovias, reduzindo-se assim custos de manutenção das estradas e dos veículos que nelas transitam. Para empresas, o controle de pesagem das cargas proporciona redução no desvio de cargas, evitando-se receber menos do que foi pago assim como o envio de mais do que foi vendido.

Atualmente existe uma variedade de sistemas de pesagem em movimento ou weight-in-motion (WIM). Dentre os sistemas existentes, os que utilizam células de carga são os mais utilizados. Esses sistemas são compostos de uma estrutura metálica semelhante a uma ponte, possuindo uma pavimentação metálica ou de concreto. Essa estrutura é apoiada sobre células de cargas que medem o peso do veículo com o mesmo em movimento ou parado. Dependendo da massa do veículo a ser pesado podem ser necessárias mais de vinte unidades. Em postos de pesagem essas balanças são geralmente instaladas sob o solo, mas podem ser também sobre o solo. Quando instalado em pistas de rodagem esses sistemas são compostos por placas de aço apoiadas sobre uma ou mais células de carga, fixados na pista. Existem outros sistemas de pesagem em movimento. O “bending-plate”, faz uso de placas com sensores de pressão, sendo o sistema fixado ao solo, através dos dados obtidos dos esforços impostos pelo veículo a placa, calcula-se o peso do veículo. O sistema Piezelétrico, por sua vez, é instalado na pista onde sensores piezelétricos detectam a variação de tensão causada pela passagem do veículo, calculando assim seu peso. O sistema Bridge, utiliza pontes já existentes nas rodovias, onde são instalados transdutores de pressão de onde se extraem dados da deflexão da ponte, esses dados são aplicados a algoritmos específicos que calculam o peso do veículo (Convênio TT102/2007 DNIT/UFSC, 2007).

Nesse trabalho é proposto um sistema de pesagem em movimento baseado na teoria de vigas sujeitas a cargas móveis aliada a métodos de otimização de problemas inversos. Primeiramente é obtida uma expressão matemática para a deflexão de uma viga biapoiada, equivalente a uma ponte, sujeita a uma carga móvel, o veículo. A expressão matemática pode ser uma solução analítica ou numérica do problema. Em seguida são obtidas medições da deflexão da ponte através de um sensor instalado na mesma. Então os dados calculados matematicamente e os dados experimentais são inseridos em um algoritmo baseado em métodos de problemas inversos para estimação de parâmetros, de onde são obtidos o peso e a velocidade da carga móvel aplicada à viga, ou no caso do veículo que atravessa a ponte.

O problema de carga móvel aplicada a estruturas é fundamental no estudo de dinâmica estrutural. Sendo um problema de grande importância no estudo de diversas estruturas que podem estar sujeitas a cargas móveis como, pontes, rodovias, guinchos sobre pontes rolantes e tubulações (Foda e Abduljabbar, 1998). De acordo com Bessa et al. (2001), o interesse por essa classe de problemas surgiu quando se observou que, em uma determinada estrutura, o deslocamento dinâmico proporcionado por um carregamento móvel era maior do que o deslocamento estático máximo. No século XX os seguintes trabalhos, Biggs (1964), Timoshenko (1965), Fryba (1972) e Warburton (1976) apresentaram soluções analíticas para a equação diferencial de governo de uma viga Bernoulli-Euler submetida a uma carga móvel simples e constante. Considerando o efeito do cisalhamento e da inércia rotatória e desconsiderando o regime transiente do modelo estrutural,

Achembach e Sun (1965) analisaram o comportamento de uma viga de Timoshenko infinita apoiada em uma fundação elástica, quando atravessada por uma carga móvel (Bessa et al., 2001). Mais recentemente com o advento do método de Elementos Finitos, soluções numéricas para o problema foram propostas por Wu et al. (2001), Wu (2008), Kahya (2012), Esen (2011, 2013, 2015) e Koç (2016).

Problema inverso é uma área da ciência que vem sendo muito desenvolvida e estudada desde meados do século passado. Considerada uma área multidisciplinar e utilizada em diversos ramos da ciência. Uma excelente definição é apresentada por Engl *et al.* “Resolver um problema inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados” (Engl et al, 1996).

Este estudo propõe um sistema de medida indireta da massa e da velocidade de uma carga móvel que se desloca em velocidade constante sobre uma viga biapoiada. Sensores de deflexão instalados na viga fornecem os dados experimentais. Técnicas de problema inverso estimam a massa e a velocidade da carga móvel a partir da solução do problema direto e das medidas experimentais de deflexão da viga.

2. MATERIAL E MÉTODOS

O problema direto é estabelecido por viga biapoiada, sujeita a uma força concentrada móvel, Fig. 1. A solução analítica é desenvolvida através da solução da equação diferencial de uma viga Bernoulli-Euler, Eq. (1), sujeita a uma força concentrada móvel, com as condições de contorno e iniciais, Eq. (2) e (3), através do método de expansão por séries de Fourier (Foda e Abduljabbar, 1998 e Fryba, 1972).

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = F \delta(x - u) \quad (1)$$

$$w(x,t) = \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0, \text{ em } x = 0 \text{ e } L \quad (2)$$

$$w(x,0) = \frac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

onde E é o módulo de elasticidade da viga, I o momento de inércia de área de seção transversal da viga, $w(x,t)$ a deflexão transversal da viga, m a massa por unidade de comprimento da viga, x a coordenada axial, t o tempo, F a força aplicada a viga, $\delta(x - u)$ a função delta de Dirac e u a posição da força na viga (Foda e Abduljabbar, 1998).

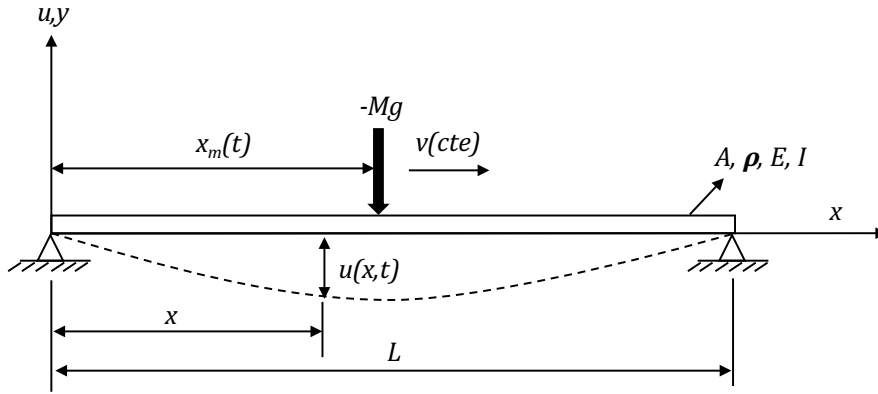


Figura 1: Viga biapoiada sujeita a força móvel.

A solução analítica da Eq.(1), Eq. (4), é composta por duas componentes, sendo a primeira a solução particular, Eq. (5), referente a vibração forçada da deflexão e a segunda a solução complementar, Eq. (6).

$$W(x,u) = W_f(x,u) + W_d(x,u), \quad 0 \leq x \leq L \quad (4)$$

$$W_f(x,u) = \frac{2MgL^3}{\pi^4 EI} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\alpha}{j^2(j^2 - \alpha^2)} \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{j\pi u}{L}\right), \quad 0 \leq x \leq L \quad (5)$$

$$W_d(x,u) = \frac{-2MgL^3}{\pi^4 EI} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\alpha}{j^3(j^2 - \alpha^2)} \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{j^2 \pi u}{\alpha L}\right), \quad 0 \leq x \leq L \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{vL}{\pi} \sqrt{\frac{m}{EI}} \quad (7)$$

sendo, M a massa da carga móvel, L o comprimento da viga, v a velocidade da carga móvel, g a aceleração da gravidade e α o parâmetro de velocidade. Cabe ressaltar que para a solução acima foram utilizadas as seguintes considerações: a

massa móvel atravessa a viga com velocidade constante, a parcela da componente inercial da carga móvel foi descartada e o amortecimento da viga foi considerado nulo.

A solução do problema inverso de estimativa da massa e da velocidade da carga móvel é obtida empregando os métodos de otimização: Gradiente Conjugado (GC) e o *Particle Swarm Optimization* (PSO). Estes métodos minimizam a diferença quadrática entre as medidas pseudoexperimentais e os valores computados pela solução do problema direto nos pontos e instantes de medidas das deflexões da viga. Assim, a Eq. (8) é a função objetivo do problema de otimização.

$$S(P) = \sum_{i=1}^I [Y_i - W_i(P)]^2 \quad (8)$$

ou ainda na forma matricial:

$$S(P) = [Y_i - W_i(P)]^T [Y_i - W_i(P)] \quad (9)$$

onde P é o vetor dos parâmetros a serem determinados, Y_i , o vetor com as medidas experimentais ou pseudoexperimentais no tempo t_i , sendo I o número de medições no tempo t_i e W_i o vetor com as medidas estimadas no tempo t_i através da solução do problema direto (Ozisik e Orlande, 2000).

No método do Gradiente Conjugado o processo iterativo se dá de acordo com as Eq. (10) à (15) (Ozisik e Orlande, 2000).

$$P^{k+1} = P^k - \beta^k d^k \quad (10)$$

β^k é o passo de busca, definido por,

$$\beta^k = \frac{[J^k d^k]^T [W(P^k) - Y]}{[J^k d^k]^T [J^k d^k]} \quad (11)$$

J^k é a matriz de sensibilidade, definida como,

$$J(P) = \left[\frac{\partial W^T(P)}{\partial P} \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial W_1}{\partial P_1} & \frac{\partial W_1}{\partial P_2} & \frac{\partial W_1}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial W_1}{\partial P_N} \\ \frac{\partial W_2}{\partial P_1} & \frac{\partial W_2}{\partial P_2} & \frac{\partial W_2}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial W_2}{\partial P_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial W_I}{\partial P_1} & \frac{\partial W_I}{\partial P_2} & \frac{\partial W_I}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial W_I}{\partial P_N} \end{bmatrix} \quad (12)$$

d^k a direção de descida, dada por

$$d^k = \nabla S^k(P^k) + \gamma^k d^{k-1} \quad (13)$$

γ^k é chamado de coeficiente de conjugação, definido pela equação de Fletcher-Reeves,

$$\gamma^k = \frac{\sum_{j=1}^N [\nabla S(P^k)]_j^2}{\sum_{j=1}^N [\nabla S(P^{k-1})]_j^2} \quad (14)$$

$\nabla S(P^k)$ é o gradiente da função objetivo, sendo calculado por,

$$\nabla S(P^k) = -2(J^k)^T [Y - W(P^k)] \quad (15)$$

O método PSO foi criado baseado no movimento de pássaros a procura de comida, onde busca-se o equilíbrio entre a individualidade e sociabilidade dos indivíduos. Na atualização das possíveis soluções, utiliza-se uma parcela de aprendizagem individual e uma social. Quando é dado um maior peso a parcela individual, corre-se o risco de nunca se encontrar a melhor solução, e, quando é dado um maior peso para parcela social, as possíveis soluções convergirão para primeira mínima, que poderá ser uma mínima local e não a global. Abaixo é apresentado o processo iterativo do método (Colaço et al., 2006),

$$V_i^{k+1} = \alpha V_i^k + \beta_1 r_{1,i} (P_i^k - X_i^k) + \beta_2 r_{2,i} (P_g - X_i^k) \quad (16)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (17)$$

onde, X_i é o vetor de parâmetros, V_i é a velocidade, α é chamado de fator de inércia e deve ser definido entre 0 e 1, β_1 e β_2 os fatores de aprendizagem individual e global respectivamente e devem ser definidos entre 1 e 2, $r_{1,i}$ e $r_{2,i}$ são

números randômicos com distribuição uniforme entre 0 e 1, P_i é o vetor de parâmetros, nessa posição, com a melhor solução entre todas as iterações e P_g é o vetor de parâmetros com a melhor solução entre todos os outros vetores de parâmetros na iteração. O primeiro termo do lado direito da Eq. (16), representa a inércia da partícula, o segundo a aprendizagem individual e o terceiro a aprendizagem global (Colaço et al., 2006).

O critério de parada de ambos os métodos é dado por $S(P_g^{k+1}) < \varepsilon$ ou se $S(P_g)^k - S(P_g)^{k+1} < 0,001$ por mais de 40 iterações.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Simulações

Neste estudo, serão usados dados pseudoexperimentais na estimação da velocidade e da massa do veículo. As medidas pseudoexperimentais são geradas por meio da aplicação de ruído randômico na solução analítica, sendo os níveis de ruído escolhidos iguais a 1, 5 e 10%. O ruído é inserido nos dados da solução analítica por meio da Eq. (18) (Caldeira et al., 2017)

$$Y_i = W_i + rR\max|W_i| \quad (18)$$

onde, Y_i são as medidas pseudoexperimentais, W_i a solução analítica, r um número randômico uniforme entre -1 e 1 e R o nível de ruído.

Os dados utilizados nas simulações realizadas foram os mesmos utilizados por Foda e Abduljabbar (1998). Onde é simulado um veículo de $M = 50.000$ Kg, a velocidade constante de $v = 22,22$ m/s (80 km/h), atravessando uma ponte de $L = 50$ m, que possui módulo de elasticidade $E = 3,34 \times 10^{10}$ N/m², o momento de inércia de área de seção transversal $I = 1,042$ m⁴ e a massa por unidade de comprimento $m = 4800$ kg/m.

Os parâmetros de cada um dos métodos usados nas simulações são apresentados na Tab. 1.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nas simulações.

Método	Valor inicial/espaco de busca		ε	α	β_1	β_2	População
	M (Kg)	v (m/s)					
GC	65.000	24	5E-3	-	-	-	
PSO	30.000 -70.000	5-30	5E-3	0,5	1	1,2	20

3.2. Análise de Sensibilidade

Para aplicação dos métodos de PI, se faz necessário verificar a influência dos parâmetros a serem estimados na solução estimada da deflexão da viga. A matriz de sensibilidade, Eq. (12), é formada pelos coeficientes de sensibilidade, que correspondem as suas colunas, e representam a sensibilidade da deflexão estimada em relação a cada um dos parâmetros a serem estimados pelo método. Necessita-se que a deflexão estimada tenha uma grande sensibilidade em relação a cada um dos parâmetros, pois caso contrário uma variação do valor dos parâmetros não altera a deflexão, tornando a aplicação dos métodos de PI inviável.

Os coeficientes de sensibilidade podem ser calculados pela técnica de diferenças finitas, conforme mostrado abaixo na Eq. (18), onde foi utilizada a diferença central (Ozizik e Orlande, 2000).

$$J_{ij} = \frac{W_i(P_1, P_2, \dots, P_j + \varepsilon P_j, \dots, P_N) - W_i(P_1, P_2, \dots, P_j - \varepsilon P_j, \dots, P_N)}{2\xi P_j} \quad (18)$$

onde, J_{ij} é o coeficiente de sensibilidade, W_i é o vetor com a deflexão estimada de viga ao longo do tempo calculada com a adição e subtração de uma pequena perturbação no parâmetro a ser estimado, P o parâmetro a ser estimado e ξ a perturbação dada ao parâmetro a ser estimado.

Através da análise de sensibilidade pode-se selecionar o melhor intervalo das medidas a serem utilizadas para solução do PI, descartando-se as partes em que o valor dos coeficientes de sensibilidade são próximos de zero. Segue abaixo a análise de sensibilidade do problema proposto.

A Figura 2 mostra as curvas dos coeficientes de sensibilidade do problema proposto, obtidos a partir da Eq. (18). Foi utilizado o valor de $\xi = 10^{-6}$, valor proposto por Ozizik e Orlande (2000). Onde, J_{i1} e J_{i2} são os coeficientes relacionados a massa e a velocidade da carga móvel respectivamente. Com a análise do gráfico, foi decidido utilizar o intervalo da posição da carga móvel em relação ao comprimento da viga, de 0,2 a 1, pois de 0 a 0,2 os valores dos coeficientes estão muito próximos a zero.

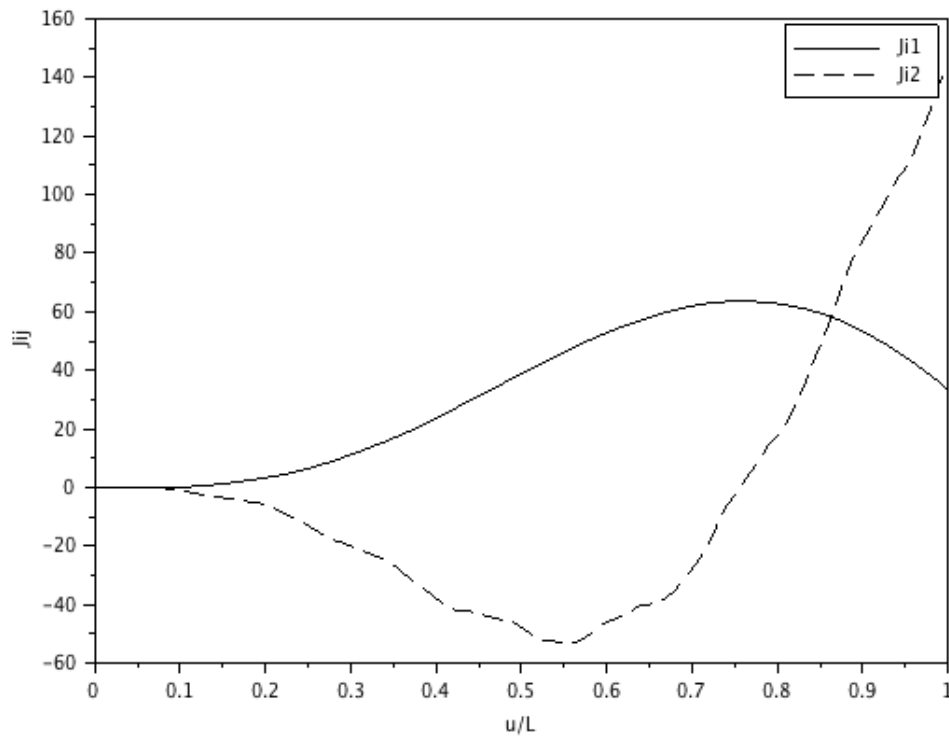


Figura 2. Curva dos coeficientes de sensibilidade.

3.3. Resultados

Os métodos apresentaram bons resultados em todas as 4 simulações realizadas, conforme Tab. 2 e 3. Os maiores erros relativos obtidos, na estimativa da massa foi de 0,221% para o GC e 0,391% para o PSO, ambos na simulação com 10% de ruído. Na estimativa da velocidade os resultados dos dois métodos foram muito similares, sendo o máximo erro relativo apresentado por ambos métodos de pouco mais 0,2%, ambos na simulação com 5% de ruído.

A grande diferença entre os métodos se deu quanto ao tempo computacional, onde o tempo máximo registrado pelo GC foi de pouco mais de 9s, na simulação com 10% de ruído, já no PSO o tempo apresentado nas simulações com 1, 5 e 10% de ruído foi de pouco mais de 22s, mais que o dobro do primeiro.

Na Figura 3 são apresentadas as deflexões da viga calculadas sem ruído e com 10% de ruído, assim como a deflexão estimada pelos dois métodos na simulação com 10% de ruído. Pode-se observar que mesmo com dados pseudoexperimentais muito discrepantes dos valores de referência, os valores estimados foram muito próximos dos valores de referência, demonstrando a grande precisão apresentada pelos métodos.

Os dois métodos apresentaram valores da função objetivo praticamente equivalentes em todas as simulações, conforme observa-se nas Tab. 2 e 3, onde constata-se que o valor da função objetivo aumenta conforme aumenta-se o nível de ruído aplicado. As Figuras 4 e 5 demonstram a minimização da função objetivo ao longo das iterações nas simulações realizadas com ruído, em cada um dos métodos, onde é possível verificar que a convergência se deu pelo critério de parada da estabilidade do valor da função objetivo após 40 iterações, em todos os casos.

Tabela 2 – Resultados da solução do PI pelo método do Gradiente Conjugado.

ruído	M (50.000 Kg)	Erro relativo %	v (22,22m/s)	Erro relativo%	Função objetivo (S)	Tempo (s)	k
0%	50003,840	0,007	22,219	-0,004	0.0007458	5,0	41
1%	50023,280	0,046	22,221	0,004	4.1216714	8,9	72
5%	49944,789	-0,110	22,167	-0,236	107.27797	6,4	52
10%	50110,414	0,221	22,256	0,162	425.19183	9,1	76

Tabela 3 – Resultados da solução do PI pelo método PSO.

ruído	M (50.000 Kg)	Erro relativo %	v (22,22m/s)	Erro relativo%	Função objetivo (S)	Tempo (s)	k
0%	50000,662	0,001	22,221	0,006	0.0002600	7,6	19
1%	50031,802	0,063	22,221	0,006	4.1182826	22,4	56
5%	49953,805	-0,092	22,172	-0,215	102.54386	22,1	55
10%	50195,518	0,391	22,245	0,111	443.96205	22,1	55

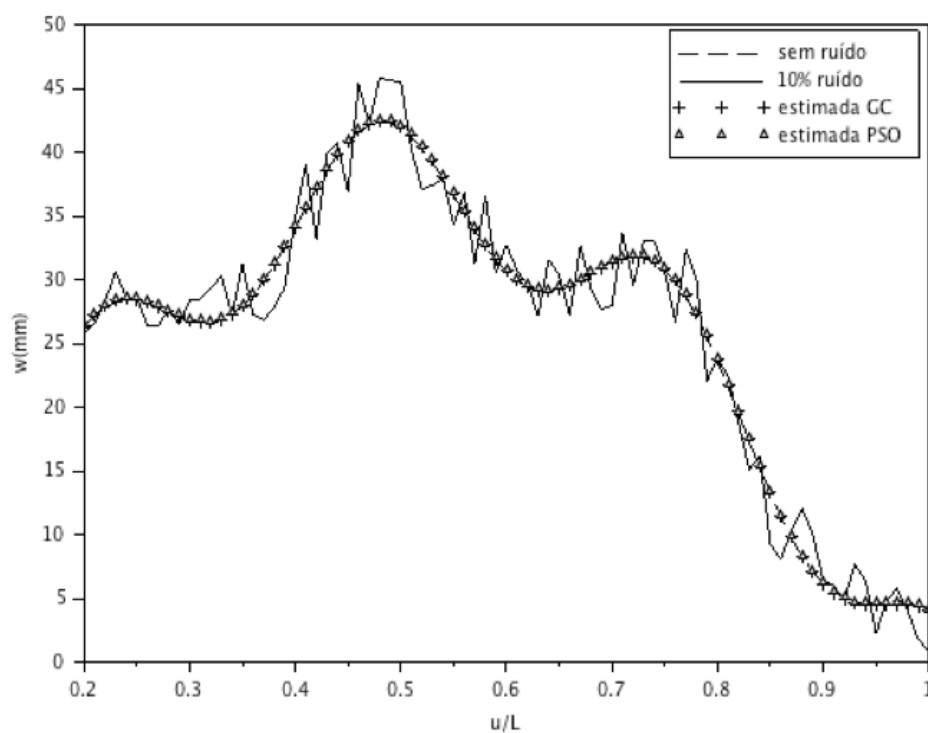


Figura 3. Comparação entre deflexão estimada e dados pseudoexperimentais, simulação com 10% de ruído.

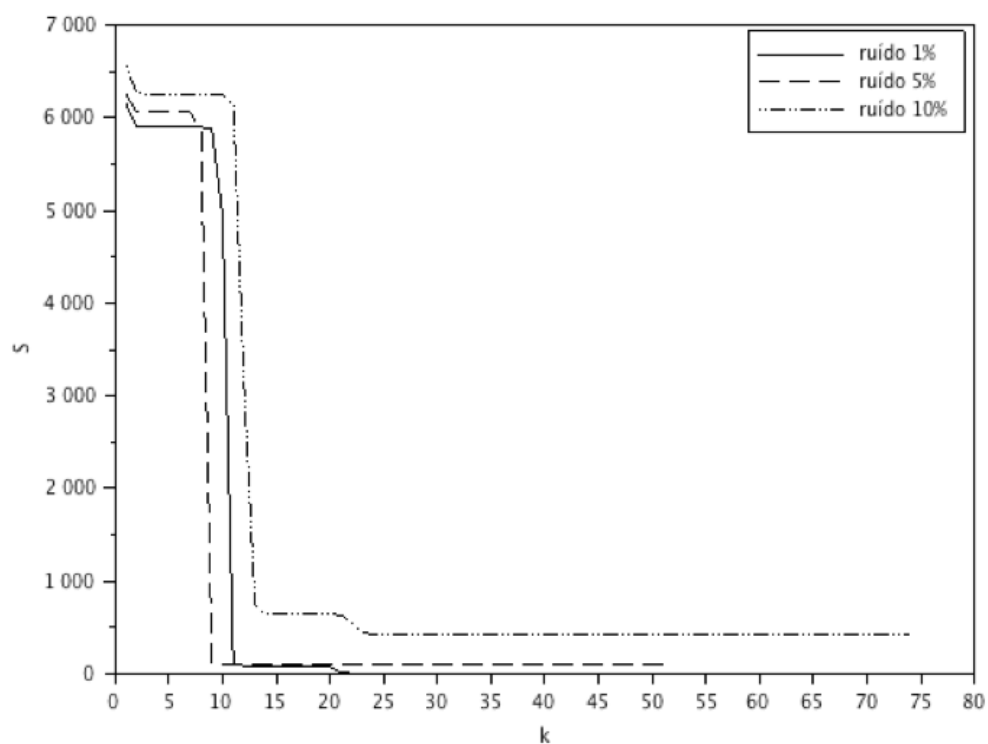


Figura 4. Minimização da função objetivo ao longo das iterações, GC.

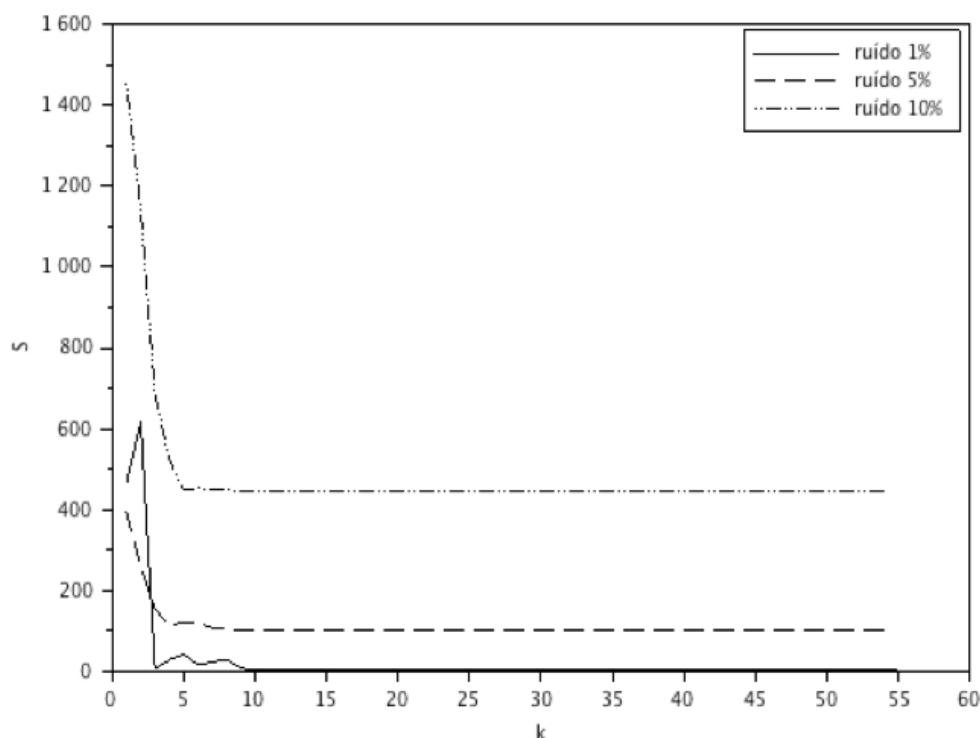


Figura 5. Minimização da função objetivo ao longo das iterações, PSO.

4. CONCLUSÃO

Neste artigo foi proposto um sistema de medição da massa de um veículo em movimento. O sistema apresentado utiliza a teoria da deflexão de vigas sujeitas a uma carga móvel aliada a técnicas de problemas inversos na estimação de parâmetros.

Em uma análise inicial, apenas um sensor para medição da deflexão da viga foi utilizado, obtendo-se a massa e a velocidade do veículo. O sensor utilizado poderia ser um acelerômetro ou um sensor de deslocamentos, ambos ao custo de aproximadamente uma unidade da célula de carga usualmente empregada em sistemas similares. Assim, o sistema proposto teria menor custo que o tradicional, além de permitir a medição de qualquer faixa de massa e velocidade com apenas um sensor.

O GC e o PSO se mostraram satisfatórios, pois ambos apresentaram resultados similares, com erros máximos na estimação da massa de aproximadamente 0,2% e 0,4%, respectivamente, na simulação com 10% de ruído. Na estimação da velocidade os resultados foram praticamente iguais nos dois métodos, com erro máximo de pouco mais de 0,2% na simulação com 5% de ruído. Quanto ao tempo computacional o GC apresentou resultados em média 2,4 vezes menores que o PSO, nas simulações com ruído.

Cabe ressaltar que em uma aplicação real, o modelo matemático para representação da carga móvel aplicada a viga bia-apoiada deve ser mais refinado. A solução analítica utilizada faz uso de muitas simplificações, como a desconsideração da parcela referente a inércia da carga móvel, consideração da velocidade da carga móvel como constante e o amortecimento da viga considerado nulo. Uma modelagem matemática do problema pela técnica de Elementos Finitos se apresenta como uma provável opção mais refinada. No entanto, o custo computacional para solução do problema direto aumentaria consideravelmente.

Os resultados obtidos indicam a plausibilidade do sistema WIM (*weight-in-motion*) proposto.

5. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi apoiado pelo Instituto Militar de Engenharia (IME).

6. REFERÊNCIAS

- Bessa, W.M., Silva, F.R., Dutra, M.S., 2001, "Comportamento Dinâmico de Estruturas Apoiadas em Fundações Visco-elásticas e Submetidas a Cargas Móveis", Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, XVI, Uberlândia, Brasil.
- Biggs, J.M., 1964 "Introduction to Structural Dynamics", McGraw Hill, New York.
- Caldeira, A. B., Carvalho, M. S., Costa Neto, R. T., 2017, "Estimation of Tracked Vehicle Suspension Parameters", Acta Scientiarum, Maringá, v. 39, n. 1, pp. 51-57.

- Colaço, M. J., Orlande, H. R., Dulikravich, G. S., 2006, "Inverse and Optimization Problems in Heat Transfer", Journal of the Brazilian Society and Mechanical Sciences Engineering, ABCM, 28, 1, p. 1-24.
- Convênio TT102/2007 DNIT/UFSC, 2007, "Identificação de Sistemas de Pesagem em Movimento", Brasil. Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br/download/rodovias/operacoes-rodoviaras/convenios-com-a-ufsc/tt-102-2007-produto-complementar-12.pdf>>. Acesso em: 2 setembro 2017.
- Engl, H. W., Hanke, M., Neubauer, A., 1996, "Regularization of Inverse Problems: Mathematics and its Applications", Kluwer.
- Essen, I., 2011, "Dynamic Response of a Beam Due to an Accelerating Moving Mass Using Moving Finite Element Approximation", Mathematical and Computational Applications, 16, pp. 171-182.
- Esen, I., Koç, M.A., 2015, "Optimization of a Passive Vibration Absorber for a Barrel Using the Genetic Algorithm". Expert Systems with Applications 42, pp. 894-905.
- Foda, M. A., Abduljabbar, Z., 1998, "A Dynamic Green Function Formulation for the Response of a Beam Structure to a Moving Mass", Journal of Sound and Vibration, pp. 295-306.
- Fryba, L., 1972, "Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads", Groningen: Noordhoff. International, 484 p.
- Kahya, V., 2012, "Dynamic Analysis of Laminated Composite Beams Under Moving Loads Using Finite Element Method", Nuclear Engineering and Design, 243, pp. 41- 48.
- KOÇ, M. A., ESEN, I., ÇAY, Y., 2016, 'Tip Deflection Determination of a Barrel for the Effect of an Accelerating Projectile Before Firing Using Finite Element and Artificial Neural Network Combined Algorithm', Latin American Journal of Solids and Structures, 13, pp. 1968-1995.
- Ozisik, M. N., Orlande, H. R., 2000, "Inverse Heat Transfer". Taylor & Francis, 330 p.
- Timoshenko, S.P., 1965, "Theory of Structures", John Wiley, New York, 629 p.
- Warburton, G.B., 1976, "The Dynamic Behavior of Structures", Pergamon Press, Oxford, 354 p.
- Wu, J.J., Whittaker, A.R., Cartmell, M.P., 2001, "Dynamic Responses of Structures to Moving Bodies Using Combined Finite Element and Analytical Methods", International Journal of Mechanical Sciences, 43, pp. 2555-2579.
- Wu, J.J., 2008, "Transverse and Longitudinal Vibrations of a Frame Structure Due to a Moving Trolley and the Hoisted Object Using Moving Finite Element", International Journal of Mechanical Sciences, 50, pp. 613-625.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

"Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho".

Estimation of parameters of a moving load applied to a simple supported beam

Matheus Apolinário Michelin, matheus_michelon@hotmail.com¹

Aldélio Bueno Caldeira, aldelio@ime.eb.br¹

Maurício Gruzman, gruzman@ime.eb.br¹

¹ Instituto Militar de Engenharia, Praça Gen. Tibúrcio, 80, 22291-270, RJ, Brasil

Resumo: This paper present an indirect measurement system of the mass and speed of a moving load at a constant speed over a simple supported beam. Indirect measurements are performed using inverse problem techniques of parameter estimation. The Conjugate Gradient and Particle Swarm Optimization methods are used in solving the inverse problem. In this study, pseudoexperimental measures of the beam deflection are obtained from an analytical Fourier series solution on which a random noise is introduced. The performance of the optimization methods and the effect of the noise level on the estimates of speed and mass of the moving load are evaluated.

Palavras-chave: moving load, vibration, conjugate gradiente, PSO.