

ESTIMATIVA DE PARÂMETROS DA SUSPENSÃO PASSIVA DE UM VEÍCULO UTILIZANDO MODELO DE 1/4 DE CARRO

Lucas Castro Sousa, lucascastro.mec@ime.eb.br¹

Aldélio Bueno Caldeira, aldelio@ime.eb.br¹

Ricardo Teixeira da Costa Neto, ricardo@ime.eb.br¹

¹Instituto Militar de Engenharia, Praça Gen. Tibúrcio, 80, 22290-270, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil.

Resumo: Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre dois métodos de otimização, Gradiente Conjugado (GC) e Particle Swarm Optimization (PSO), aplicados à estimativa da rigidez e do coeficiente de amortecimento da suspensão passiva de um veículo militar com quatro rodas. Um modelo de 1/4 de carro com dois graus de liberdade é empregado, sendo avaliado o deslocamento do chassi quando o veículo passa sobre uma lombada. Medidas pseudoexperimentais do deslocamento do chassi são geradas introduzindo-se ruídos randômicos na solução numérica do modelo da dinâmica veicular, a qual é obtida por Runge-Kutta de 4ª ordem. O desempenho dos métodos de otimização é analisado quanto ao número de iterações, ao tempo computacional e ao erro relativo entre os valores exatos e estimados.

Palavras-chave: suspensão, problema inverso, gradiente conjugado, pso

1. INTRODUÇÃO

Os custos de logística e manutenção dos veículos militares, os quais devem estar em serviço o maior tempo possível e sem manutenção, motivam o estudo de testes de campo que permitam avaliar o desempenho de seus subsistemas (Caldeira *et al.*, 2017). Além disso, as consequências associadas à falha prematura de componentes podem ser desastrosas (Woldman *et al.*, 2015). Neste sentido, técnicas de problema inverso, aliadas a modelos matemáticos da dinâmica veicular e a ensaios de campo, podem ser utilizadas na realização de medidas indiretas de parâmetros de sistemas e de subsistemas veiculares (Caldeira *et al.*, 2017 e Carvalho, 2015).

Um possível teste de campo consiste em trafegar com o veículo sobre uma lombada padronizada e medir por meio de sensores, as acelerações vertical e angular do chassi, permitindo a estimativa dos parâmetros da suspensão do veículo (Caldeira *et al.*, 2017; Carvalho, 2015 e Oliveira, 2018). Um teste de campo análogo é proposto no presente trabalho, sendo, porém, medido o deslocamento vertical do chassi.

Além de verificar a viabilidade da utilização do modelo de 1/4 carro na abordagem de problema inverso na estimativa de parâmetros da suspensão, este trabalho também visa avaliar o desempenho dos métodos de otimização Gradiente Conjugado (GC) e Particle Swarm Optimization (PSO), e, portanto, observar as diferenças entre um método determinístico e um método estocástico de otimização na solução do problema inverso em tela.

2. MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

O modelo de 1/4 de carro consiste em uma massa suspensa representada por 1/4 da massa do chassi, uma massa não suspensa representada por uma roda e elementos de mola e amortecimento conectados à massa suspensa e à massa não suspensa (Jazar, 2014; Wong, 2008 e Gillespie, 1992). Este modelo possui dois graus de liberdade e para este trabalho foram adotados os seguintes pressupostos: são considerados apenas movimentos de deslocamento vertical do chassi e da roda. O chassi é considerado como corpo rígido, o terreno é rígido, movimentos de guinada e rolagem não são considerados, rigidez e amortecimento dos pneus e rigidez, bem como o amortecimento da suspensão são considerados constantes, e uma lombada é considerada como excitação de base. A Figura 1 mostra um desenho esquemático do modelo de 1/4 de carro.

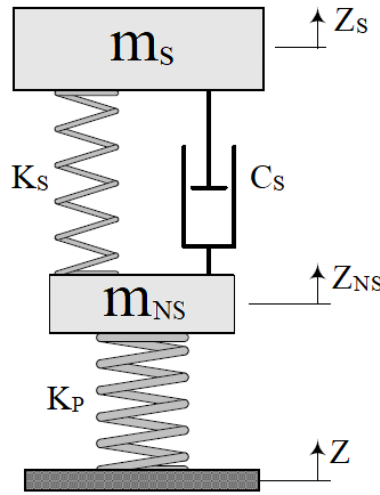


Figura 1. Modelo de 1/4 de carro adaptado de Jazar (2014).

A formulação matemática é dada por:

$$m_s \ddot{Z}_s + C_s (\dot{Z}_s - \dot{Z}_{NS}) + K_s (Z_s - Z_{NS}) = 0 \quad (1)$$

$$m_{NS} \ddot{Z}_{NS} + C_s (\dot{Z}_{NS} - \dot{Z}_s) + K_s (Z_{NS} - Z_s) + K_p (Z_{NS} - Z) = 0 \quad (2)$$

Onde,

m_s é a massa suspensa do veículo dada por um 1/4 da massa total do chassi, m_{NS} é a massa não suspensa do veículo representada pelo peso de uma roda, K_s e C_s são respectivamente, os coeficientes de rigidez e amortecimento da suspensão, K_p é o coeficiente de rigidez do pneu e por fim, Z_s é o deslocamento da massa suspensa, Z_{NS} o deslocamento da massa não suspensa e Z é a excitação de base.

Foi definido que após 0,5 s o veículo, em velocidade constante igual a 10 km/h, passa sobre uma lombada de 0,08 m de altura e 1,5 m de comprimento. A equação que modela a lombada é expressa pela Eq. (3).

$$Z(t) = \begin{cases} \frac{h}{2} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot v}{l} \cdot t\right) \right], & 0,5 \leq t \leq 0,5 + \frac{l}{v} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3)$$

Onde,

h é a altura da lombada, v é definida como a velocidade do veículo, l o comprimento da lombada e t a variável tempo.

Para a resolução de problemas inversos, faz-se uso de métodos de otimização, os quais podem ser classificados como determinísticos ou estocásticos. Os métodos determinísticos, bem como os métodos estocásticos são baseados em procedimentos iterativos. No entanto, durante o processo iterativo dos métodos determinísticos, a busca pela solução ótima é direcionada pelo vetor gradiente da função objetivo (Carvalho, 2015; Colaço *et al.*, 2006 e Ozisik *et al.*, 2000). Um exemplo deste tipo de método é conhecido como gradiente conjugado onde a direção de descida é obtida como uma combinação linear entre o gradiente negativo na iteração atual com a direção de descida na iteração anterior. Essa combinação linear é tal que o ângulo resultante entre a direção da descida e a direção do gradiente negativo é inferior a 90°, assegurando assim a minimização da função objetivo (Colaço *et al.*, 2006 e Ozisik *et al.*, 2000).

O processo iterativo é dado por:

$$P^{k+1} = P^k - \beta^k d^k \quad (4)$$

Onde,

P^{k+1} é o valor atual do parâmetro a ser estimado, P^k é definido como o valor do parâmetro na iteração anterior, β^k é o tamanho do passo a ser dado na direção de descida d^k , e, k é o número de iterações.

A direção de descida pode ser expressa pela Eq. (5) (Colaço *et al.*, 2006 e Ozisik *et al.*, 2000).

$$\begin{aligned} d^k &= \nabla S(P^k) + \gamma^k d^{k-1} && \text{para } k = 1, 2, K \\ d^0 &= \nabla S(P^0) && \text{para } k = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Onde,

$\nabla S(P^k)$ é definido como o vetor gradiente da função objetivo, γ^k é o coeficiente de conjugação dada pela equação de Fletcher-Reeves, Eq. (8) e d^{k-1} é o valor da direção de descida na iteração anterior.

A função objetivo, Eq. (6), avalia o erro quadrático entre os dados estimados e pseudoexperimentais e partir dela, pode-se obter seu vetor gradiente, Eq. (7) (Colaço *et al.*, 2006 e Ozisik *et al.*, 2000).

$$S(P) = \sum_{i=1}^{lt} [Y_i - Z_{Si}(P)]^2 \quad (6)$$

Onde,

lt é o número total de medidas.

$$\nabla S(P) = -2 \cdot J^T(P) \cdot [Y - Z_S(P)] \quad (7)$$

Onde,

$J^T(P)$ é denominada matriz de sensibilidade, a qual é uma matriz jacobiana, onde cada elemento J_i é definido como a primeira derivada dos dados estimados no tempo t_i com relação ao parâmetro P (Ozisik *et al.*, 2000).

A equação de Fletcher-Reeves é utilizada para a obtenção do coeficiente de conjugação e pode ser verificada a seguir:

$$\gamma^k = \frac{\sum_{j=1}^n [\nabla S(P)]_j^2}{\sum_{j=1}^n [\nabla S(P^{k-1})]_j^2} \quad \text{para } k = 1, 2, K \quad (8)$$

com $\gamma^0 = 0$ para $k = 0$

Onde,

$[\nabla S(P^k)]_j$ é o j-ésimo valor do vetor gradiente da função objetivo avaliado na iteração k, para uma quantidade n de parâmetros a serem estimados (Ozisik *et al.*, 2000).

Por fim, o tamanho do passo β é obtido minimizando a função objetivo com relação ao próprio tamanho do passo, resultando na Eq. (9) (Colaço *et al.*, 2006 e Ozisik *et al.*, 2000).

$$\beta^k = \frac{\sum_{i=1}^{lt} \left[\frac{\partial Z_{Si}}{\partial P^k} \cdot d^k \right] \cdot [Z_{Si}(P^k) - Y_i]}{\sum_{i=1}^1 \left[\frac{\partial Z_{Si}}{\partial P^k} \cdot d^k \right]^2} \quad (9)$$

O método PSO descreve a movimentação de um enxame de partículas, as quais correspondem a possíveis soluções do problema de otimização, à procura do mínimo da função objetivo (Caldeira *et al.*, 2017; Carvalho, 2015; Colaço *et al.*, 2006; Moraes *et al.*, 2012 e Oliveira, 2018). Cada partícula possui uma posição e uma velocidade e além disso, os parâmetros a serem estimados devem pertencer a um intervalo de busca (Caldeira *et al.*, 2017; Carvalho, 2015 e Colaço *et al.*, 2006). Com o passar das iterações, a posição de cada uma das partículas é atualizada, levando em conta a velocidade e a posição na iteração anterior. No procedimento, α é o parâmetro inercial, λ_1 é o parâmetro de aprendizagem individual e λ_2 é o parâmetro de aprendizagem coletivo, enquanto r_1 e r_2 são números randômicos com distribuição uniforme, entre 0 e 1 (Caldeira *et al.*, 2017 e Carvalho, 2015). O parâmetro M_i^k é a melhor posição de cada partícula e o parâmetro M_g é a melhor posição de todas as partículas durante todas as iterações (Caldeira *et al.*, 2017 e Carvalho, 2015). A velocidade de cada partícula é avaliada conforme a Eq. (10).

$$V_i^{k+1} = \alpha \cdot V_i^k + \lambda_1 \cdot r_1 \cdot (M_i^k - x_i^k) + \lambda_2 \cdot r_2 \cdot (M_g - x_i^k) \quad (10)$$

O primeiro termo da Eq. (10) representa a inércia de cada partícula, o segundo a aprendizagem individual, enquanto o terceiro a aprendizagem coletiva (Oliveira, 2018). A cada nova iteração a nova posição da partícula é calculada e recebe influência direta da velocidade recém-atualizada, conforme Eq. (11).

$$x_i^{k+1} = x_i^k + V_i^{k+1} \quad (11)$$

O problema direto definido neste trabalho baseia-se no cálculo do deslocamento vertical da massa suspensa do veículo em função do tempo.

Os dados pseudoexperimentais imitam os dados experimentais e são medidas simuladas obtidas da solução de problema direto usando valores prescritos para os parâmetros que serão estimados, quando da solução do problema inverso (Caldeira *et al.*, 2017). Os dados pseudoexperimentais podem ser avaliados a partir da equação Eq. (12):

$$Y_{\text{exp}} = Y_{\text{exato}} + \omega \cdot E \cdot \max |Y_{\text{exato}}| \quad (12)$$

Onde,

Y_{exato} é a solução numérica do problema direto considerando os valores exatos dos parâmetros K_S e C_S . Além disso, ω é um número randômico, com distribuição normal e valor entre -1 e 1, e E é o valor do nível de ruído. Para este trabalho foram utilizados três níveis de ruídos: 0%, 1% e 5%. A função objetivo definida é verificada na Eq. (13):

$$S(K_S, C_S) = \sum_{i=1}^{l_t} [Y_i - Z_{S_i}(K_S, C_S)]^2 \quad (13)$$

Onde,

l_t é o número total de medidas

Fez-se uso do programa Matlab, versão R2016a, executado em um computador com processador Intel Core I5 e 4 Gb de memória RAM. Foi utilizado o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, para solução das equações diferenciais. O processo de otimização adotou dois critérios de parada. O primeiro considera que a Eq. (14) deve ser satisfeita durante 50 iterações seguidas.

$$|S(K_S^k, C_S^k) - S(K_S^{k-1}, C_S^{k-1})| / S(K_S^{k-1}, C_S^{k-1}) \leq 10^{-3} \quad (14)$$

O segundo critério considera que o princípio da discrepância, representado pela Eq. (15) deve ser satisfeito.

$$S(K_S^k, C_S^k) \leq 10^{-6} \quad (15)$$

A Tabela 1 mostra os valores adotados neste trabalho, baseados no veículo militar HMMWV (Liu *et al.*, 2003).

Tabela 1. Constantes do modelo de 1/4 de carro.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Massa suspensa (kg)	m_S	803
Massa não suspensa (kg)	m_{NS}	98
Rigidez suspensão (N.m)	K_S	63528
Coefficiente de amortecimento da suspensão (N.s.m ⁻¹)	C_S	9509
Rigidez pneu (N.m)	K_P	204394

3. RESULTADOS

Foram avaliados os coeficientes de sensibilidade para cada um dos parâmetros e os mesmos são apresentados na Fig. 5. Pode-se notar a partir das curvas mostradas, a possibilidade de se estimar os dois parâmetros simultaneamente, devido ao fato de serem linearmente independentes (Ozisik, 2000). Nota-se ainda que o período ideal para a realização das medidas está entre, 0,5 e 2,5 s, período este no qual o veículo passa sobre a lombada e onde os parâmetros não são classificados como linearmente dependentes. No entanto, ao observarmos os períodos entre 0 e 0,5 s e 2,5 e 3 s, notamos a presença da linearidade, dificultando neste intervalo de tempo, a estimativa dos parâmetros.

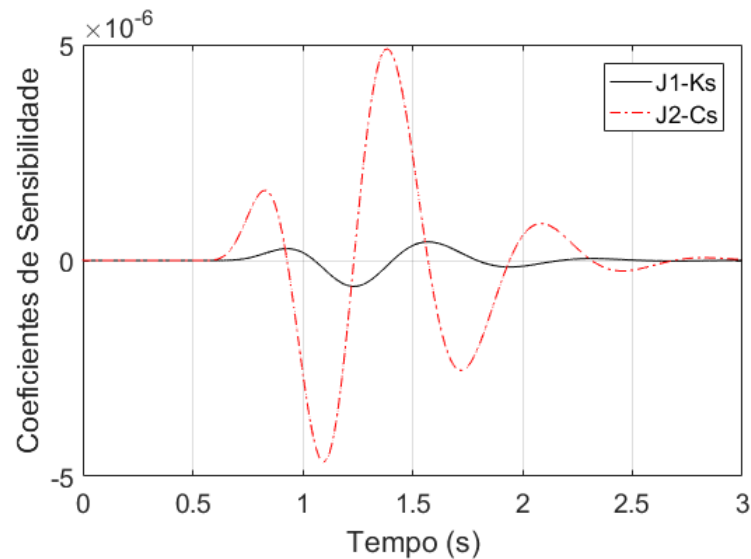


Figura 2. Análise de Sensibilidade.

Para a solução por meio do método do gradiente conjugado, é necessário que sejam fornecidas estimativas iniciais dos valores dos parâmetros. Portanto, foram arbitrados, inicialmente, $K_s = 10000 \text{ N.m}^{-1}$ e $C_s = 100 \text{ N.s.m}^{-1}$. Os resultados obtidos utilizando o GC são apresentados na Tab. 2.

Para o PSO foi utilizado como coeficiente inercial o valor de $\alpha = 0,5$ e foram considerados valores iguais para os coeficientes de aprendizado individual e coletivo, onde $\lambda_1 = \lambda_2 = 1,5$, valores estes definidos baseados no trabalho de Colaço *et al.* (2006), o qual também recomenda a faixa de valores para cada parâmetro: $0 \leq \alpha \leq 1$ e $1 \leq \lambda \leq 2$. Sendo assim, para este método foram variadas a quantidade de indivíduos na população e o nível de ruído. Este último também variado para o método do gradiente conjugado. Para o PSO foram definidos ainda, os valores limites do intervalo de busca conforme a Tab. 3.

As Figuras de 3 a 7 ilustram os resultados do deslocamento vertical da massa suspensa em função do tempo e o comportamento da função objetivo, considerando casos com diferentes níveis de erro nas medidas pseudoexperimentais e os valores estimados pelos métodos GC e PSO.

Tabela 2. Resultados obtidos adotando o método do Gradiente Conjugado.

Ruído	K_s	C_s	Erro relativo K_s	Erro relativo C_s	S	Iteração	t (s)
0%	63530,94	9508,41	0,0046%	0,0061%	1,260e-07	14	32,752
1%	64032,18	9550,22	0,8074%	0,3838%	1,583e-03	69	157,45
5%	66138,97	9724,64	4,1100%	2,2678%	4,059e-02	69	164,65

Tabela 3. Valores exatos e limites de busca.

Parâmetro	Símbolo	Valor exato	Limite inferior	Limite superior
Rigidez da suspensão (N.m)	K_s	63528	10000	100000
Coefficiente de amortecimento da suspensão (N.s.m ⁻¹)	C_s	9509	100	20000

Tabela 4. Resultados obtidos adotando o método PSO.

Nº Pop.	Ruído	K_s	C_s	Erro relativo K_s	Erro relativo C_s	S	Iteração	t (s)
20	0%	63524,92	9509,78	0,0049%	0,0082%	1,416e-07	22	186,30
	1%	64042,64	9552,15	0,8101%	0,4538%	1,582e-03	94	874,84
	5%	66120,87	9706,09	4,0815%	2,0727%	4,020e-02	101	880,73
40	0%	63529,04	9504,47	0,0016%	0,0476%	4,433e-07	17	329,61
	1%	64029,04	9548,41	0,7887%	0,4145%	1,586e-03	91	1715,5
	5%	66127,59	9737,30	4,0920%	2,4009%	3,947e-02	92	1460,2
60	0%	63524,14	9503,75	0,0061%	0,0552%	8,820e-07	17	467,66
	1%	64036,80	9557,02	0,8009%	0,5050%	1,639e-03	87	1986,4
	5%	66164,21	9722,25	4,1497%	2,2426%	3,983e-02	89	2379,2

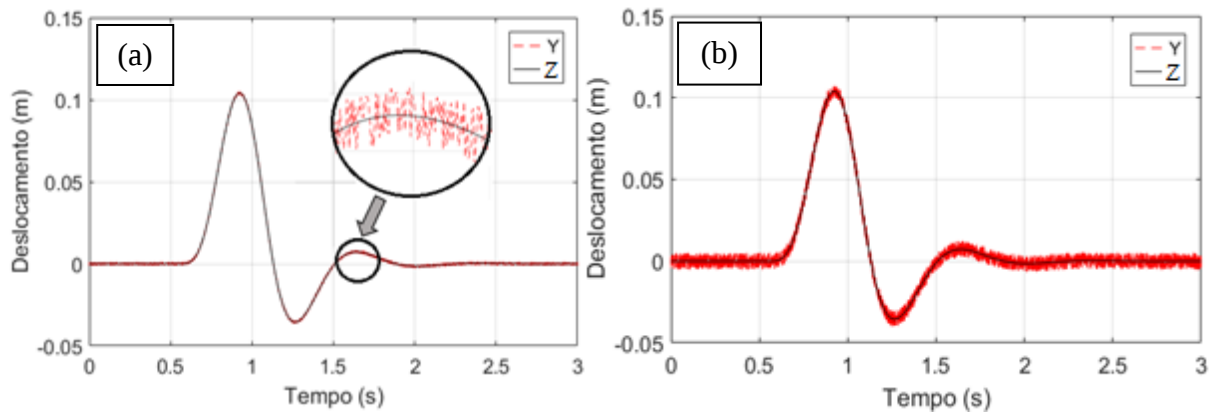


Figura 3. GC: Deslocamento massa suspensa x tempo para: (a) ruído de 1%; (b) ruído de 5%.

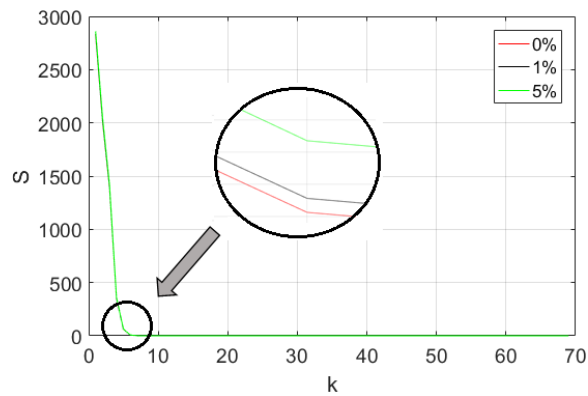


Figura 4. GC: Função objetivo x número de iterações para ruídos de 0%, 1% e 5%.

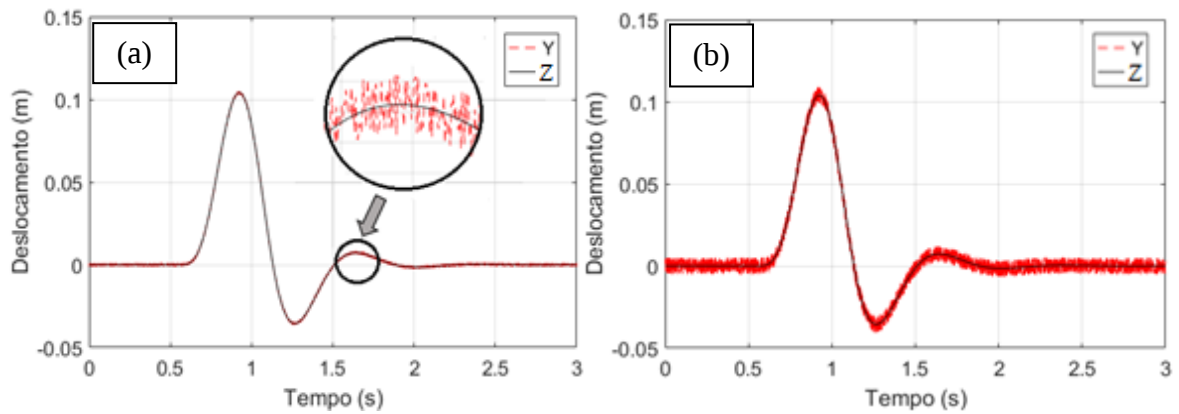


Figura 5. PSO: Deslocamento massa suspensa x tempo para: (a) ruído de 1%; (b) ruído de 5%.

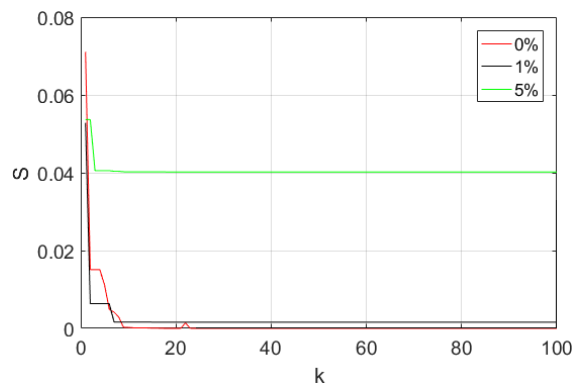


Figura 6. PSO: Função objetivo x número de iterações para ruídos de 0%, 1% e 5%.

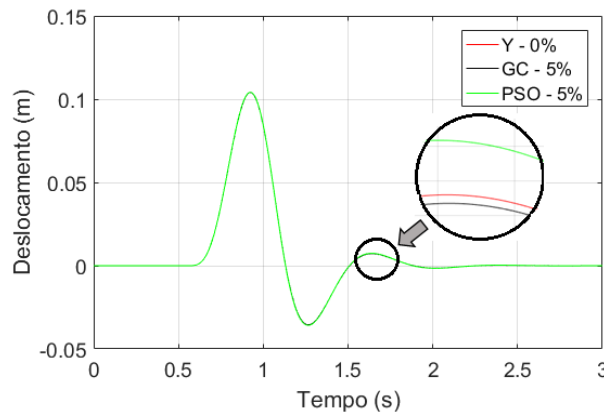


Figura 7. Resultados comparativos entre GC e PSO com ruído de 5%.

Comparando as Tab. 2 e 4, pode-se observar que os resultados obtidos pelo GC apresentaram os menores tempos computacionais e menores números de iterações.

Pôde-se constatar que com o aumento do nível de ruído, os resultados apresentados pelo GC fizeram uso de mais tempo computacional, aumentando o número de iterações, satisfazendo o segundo critério de parada onde após 50 iterações sem mudança significativa do valor da função objetivo, o programa é interrompido e define o último valor encontrado como a solução ótima. Além disso, com o aumento do nível de ruído, os erros relativos e o valor encontrado para a função objetivo (S) também tiveram aumentos relevantes.

Nos resultados obtidos com o PSO, o aumento do nível de ruído aliado ao aumento da população, causou um aumento significativo do tempo computacional, no número de iterações requerido e também no valor da função objetivo (S).

Analisando a Tab. 4, verifica-se que com a quantidade de 20 partículas, os resultados apresentaram, menor tempo computacional e menores valores para a função objetivo. No entanto, um maior número de iterações foi requerido.

Constatou-se também que com o aumento do número de partículas, menor número de iterações é requerido, devido à maior probabilidade de se encontrar a solução ótima. Porém, um maior tempo computacional devido às características de solução do próprio método, é necessário.

Os resultados apresentados graficamente comprovam o que se apresentou nas Tab. 2 e 4, onde, para maiores valores de ruídos, temos maiores valores para a função objetivo.

4. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram estimados os coeficientes de rigidez e amortecimento da suspensão de um veículo militar com quatro rodas, utilizando um modelo de quarto de carro submetido à passagem sobre uma lombada, fazendo uso de dois métodos de otimização bastante utilizados na solução de problemas inversos, Gradiente Conjugado e PSO.

Foi utilizado como problema direto o cálculo do deslocamento da massa suspensa em função do tempo, considerando dados pseudoexperimentais com diferentes níveis de ruído (0%, 1% e 5%), sendo comparados os métodos de otimização.

Os resultados encontrados serviram como validação da viabilidade da utilização do modelo de 1/4 carro, bem como dos dois métodos de otimização apresentados, na abordagem de problema inverso na estimativa de parâmetros da suspensão, podendo servir como base para futuros testes de campo experimentais.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IME e à CAPES pelo suporte financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- Caldeira, A.B., Carvalho, M.S. and Costa Neto, R.T., 2017, "Estimation of tracked vehicle suspension parameters", *Acta Scientiarum*, Vol. 39, No. 1, pp. 51-57.
- Carvalho, M.S., 2015, "Estimation of military vehicles passive suspension parameters using a 1/2 car model", M.Sc. dissertation, Military Engineering Institute, Rio de Janeiro.
- Colaço, J.M., Orlande, H.R.B. and Dulikravich, G.S., 2006, "Inverse and Optimization Problems in Heat Transfer", *Journal of the Brazil Society of Mechanics Sciences and Engineering*, Vol. 28, No. 1, pp. 1-24.
- Gillespie, T.D., 1992, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", Ed. Society of Automotive Engineers, Warrendale, United States of America, 495 p.
- Jazar, R.N., 2014, "Vehicle Dynamics: Theory and Application", Ed. Springer, New York, United States of America, 1015 p.
- Liu, Y. *et al.*, 2003, "Temperature dependent skyhook control of HMMWV suspension using a failsafe magneto-rheological damper", *Smart Structures and Materials*, Vol. 5054, No. 1, pp. 332-340.

- Moraes, M.B.C and Nagano, M.S., 2012, "Cash Balance Management: a comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization". Acta Scientiarum, Vol. 34, No. 4, pp. 373-379.
- Oliveira, A.N., 2017. "Parameters estimation and analysis of the vertical dynamics of an 8WD military vehicle" M.Sc. dissertation, Military Engineering Institute, Rio de Janeiro.
- Ozisik, M.N. and Orlande, H.R.B., 2000, "Inverse heat transfer: fundamentals and applications", Ed. CRC Press, New York, United States of America, 352 p.
- Woldman, M. *et al.*, 2015, "Abrasive wear based predictive maintenance for systems operating in Sandy conditions". Wear, Vol. 308, No. 1, pp. 316-324.
- Wong, J.Y., 2008, "Theory of ground vehicles". Ed. John Wiley & Sons, New York, United States of America, 592 p.

7. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

PASSIVE SUSPENSION PARAMETER ESTIMATION OF A VEHICLE USING A ¼ CAR MODEL

Lucas Castro Sousa, lucascastro.meb@ime.eb.br¹

Aldélio Bueno Caldeira, aldelio@ime.eb.br¹

Ricardo Teixeira da Costa Neto, ricardo@ime.eb.br¹

¹Instituto Militar de Engenharia, Praça Gen. Tibúrcio, 80, 22290-270, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil.

Abstract. *This paper presents a comparative study between two optimization methods, Conjugate Gradient (CG) and Particle Swarm Optimization (PSO), applied to the estimation of the stiffness and the damping coefficients of the passive suspension of a military vehicle with four wheels. A 1/4 car model with two degrees of freedom is used, and the chassis displacement is evaluated when the vehicle passes over a spine. Pseudoexperimental measures of the chassis displacement are generated by introducing random noises into the numerical solution of the vehicle dynamics model, which is obtained by Runge-Kutta 4th order. The performance of the optimization methods is analyzed in terms of the number of iterations, the computational time and the relative error between the exact and estimated values.*

Keywords: *suspension, inverse problem, conjugate gradient, pso*