

ESTUDO DA CONVECÇÃO FORÇADA LAMINAR PARA O ESCOAMENTO TIPO PISTÃO COM CONDUÇÃO AXIAL

D. L. DE A. VELOSO, dhiego_vel@hotmail.com¹

F. A. DE LIMA, fabioarsp@gmail.com²

C. A. C. DOS SANTOS, carloscabralsantos@yahoo.com.br³

G. E. ASSAD, gustavo.elia.assad@gmail.com⁴

P. G. GONÇALVES, pedrogranville@gmail.com⁵

^{1,2,3,4,5} Universidade Federal da Paraíba, Cidade Universitária - João Pessoa - PB - Brasil - CEP: 58051-900

Resumo: A transferência de calor em um escoamento uniforme na região de entrada térmica de um tubo circular ou entre placas planas, e considerando os efeitos de condução axial no fluido, é analiticamente e numericamente estudada neste trabalho. A Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) foi utilizada para resolver a equação da energia. Por se tratar de um método híbrido, a metodologia empregada alia a confiabilidade e precisão das técnicas analíticas a um custo computacional competitivo, sem deixar de lado a versatilidade própria dos métodos numéricos. O campo de temperatura e o número de Nusselt local são avaliados para vários valores do número de Peclet e de Biot, e uma condição de contorno do terceiro tipo. Os resultados, apresentados na forma de tabelas e gráficos, permitem analisar a influência que o número de Peclet e o número de Biot exercem no número de Nusselt e no perfil de temperatura, explicitando para cada caso analisado o comprimento de entrada térmica. Os resultados obtidos foram confrontados com existentes na literatura aberta de forma a validar o modelo apresentado.

Palavras-chave: condução axial, escoamento uniforme, Peclet, Biot, GITT.

1. INTRODUÇÃO

Com o grande avanço tecnológico da modernidade torna-se providencial um conhecimento aprofundado sobre os processos reais de transferência de calor, bem como surge uma necessidade de analisá-los quantitativamente. Tal avanço faz surgir, cada vez mais, problemas extremamente complexos na área de engenharia, requerendo soluções precisas em curto intervalo de tempo que proporcione a otimização dos recursos empregados e que satisfaça a necessidade do mercado. Dentro deste contexto, os métodos numéricos vêm ganhando força e conseguindo obter boas aproximações para as soluções pretendidas. Com o advento dos computadores de alta tecnologia, esses problemas, que na sua grande maioria não apresentam solução analítica, podem ser tratados por métodos de aproximação numérica que são bastante úteis nas aplicações de engenharia (de Diniz, 2005). A esse respeito (Veronese *et. al*, 2012) declara:

Devido à necessidade cada vez maior de soluções exatas em curto intervalo de tempo, as técnicas de aproximação numérica vêm ganhando espaço sobre a experimentação e aos métodos analíticos clássicos. Isto ocorre, pois a experimentação é quase sempre demorada, dispendiosa e os gastos com aquisição e aferição de equipamentos são enormes para cada nova situação, e os métodos analíticos clássicos apresentam certas limitações. (pág.1)

Tratando-se especificamente de problemas de difusão de calor e massa, área de grande interesse da engenharia por atender a várias situações práticas, a GITT se apresenta como uma metodologia consagrada tendo sido utilizada com sucesso em várias classes de modelos de transferência de calor e mecânica dos fluidos, conforme pode se observar em (Mikhailov e Özisik, 1984).

A transferência de calor na convecção forçada laminar na região de entrada térmica de dutos circulares e retangulares, com condução axial no fluido, tem sido estudada tanto analiticamente (Nagasue, 1981; Papoutsakis *et. al*, 1980; Bagazitoglu e Özisik, 1980; Vick *et. al*, 1980; Laohakul *et. al*, 1985; Johnston, 1991; Santos, 1992) como numericamente (Verhoeff e Fisher, 1973; Michelson e Villadsen, 1974) para as várias condições de contorno. Uma revisão bastante abrangente da literatura pode ser encontrada nos trabalhos de (Papoutsakis *et. al*, 1980; Kakaç *et. al*, 2014; Shah e London, 2014).

O problema a ser estudado trata-se de um escoamento uniforme, tipo pistão, completamente desenvolvido em um tubo circular ou entre placas planas, sujeito as condições de contorno do 2º tipo (condição de Neumann, devido a

simetria do perfil) e do 3º tipo (condição de Robin, devido a troca de calor com o meio), conforme ilustrado na figura abaixo.

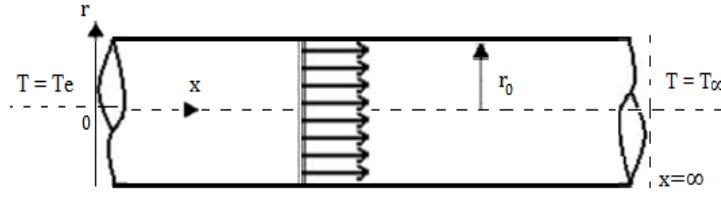


Figura 1: Ilustração do problema físico

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Para a modelagem matemática do problema físico proposto, foram feitas as seguintes considerações:

- Escoamento laminar, em regime permanente;
- Fluido incompressível;
- As propriedades físicas são consideradas constantes;
- O perfil de velocidade é completamente desenvolvido na entrada térmica;
- Os efeitos da dissipação viscosa não serão considerados;
- Impermeabilidade e não-deslizamento nas paredes;
- Desprezando as forças de corpo;
- Sem geração de energia interna.

Deseja-se determinar a distribuição de temperatura do fluido. Levando-se em conta o problema de transferência de calor mencionado, adotando-se as condições de contorno de 2º e 3ª espécie, bem como as condições de entrada e de saída prescritas, o modelamento matemático para o escoamento pistão, mostrado na figura 1, pode ser escrito da seguinte forma:

Equação principal

$$\rho C_p u(r) \frac{\partial T(x, r)}{\partial x} = \kappa \left[\frac{\partial^2 T(x, r)}{\partial x^2} + \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^m \frac{\partial T(x, r)}{\partial r} \right) \right]; \quad x \geq 0 \quad \text{e} \quad 0 \leq r \leq r_0 \quad (1)$$

onde: $u(r) = u_m$ é o campo de velocidade para um escoamento laminar tipo pistão completamente desenvolvido, sendo u_m a velocidade média de escoamento. Sendo $m=0$ o escoamento será entre placas planas, e se $m=1$ será no interior de um tubo circular.

Condições de contorno

$$\frac{\partial T(x, r)}{\partial r} = 0; \quad r = 0 \quad \text{e} \quad x > 0 \quad (2)$$

$$-\kappa \frac{\partial T(x, r)}{\partial r} = h(T(x, r) - T_\infty); \quad r = r_0 \quad \text{e} \quad x > 0 \quad (3)$$

Condição de entrada

$$T(x, r) = T_e; \quad x = 0 \quad \text{e} \quad 0 \leq r \leq r_0 \quad (4)$$

Condição de saída

$$T(x, r) = T_\infty; \quad x = \infty \quad \text{e} \quad 0 \leq r \leq r_0 \quad (5)$$

2.1. Adimensionalização do problema

Para a análise do problema foram definidos os seguintes parâmetros adimensionais, dados pelas equações (6a-h), com o objetivo de se resolver não só um problema particular, mas uma classe de problemas que sejam definidos pelo mesmo modelo proposto

$$X = \frac{\alpha \cdot x}{D_h^2 \cdot u_m} \quad \zeta = \frac{r}{r_0} \quad u(\zeta) = \frac{u(r)}{u_m} = 1 \quad Bi = \frac{hr_0}{\kappa} \quad (6a-d)$$

$$\Theta(X, \zeta) = \frac{T(x, r) - T_\infty}{T_e - T_\infty} \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad Re_h = \frac{D_h \cdot u_m}{\nu} \quad P_e = Re_h \cdot Pr = \frac{D_h u_m}{\alpha} \quad (6e-h)$$

Onde ν é a viscosidade cinemática, α é a difusividade térmica do fluido, κ é a condutividade térmica, r_0 é o comprimento característico, $D_h = 2(2-m) \cdot r_0$ é o diâmetro hidráulico, e Pr , Re_h e P_e são, respectivamente, os números de Prandtl, Reynolds hidráulico e Peclet.

Aplicando os parâmetros adimensionais nas equações (1), (2), (3), (4) e (5), encontramos a equação principal, as condições de contorno, a condição de entrada e a condição de saída na forma adimensionalizada:

Equação principal adimensional

$$\frac{\partial \Theta(X, \zeta)}{\partial X} = \frac{1}{P_e^2} \frac{\partial^2 \Theta(X, \zeta)}{\partial X^2} + 4(2-m)^2 \frac{1}{\zeta^m} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\zeta^m \frac{\partial \Theta(X, \zeta)}{\partial \zeta} \right]; \quad X > 0 \quad \text{e} \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (7)$$

Condições de contorno adimensionais

$$\frac{\partial \Theta(X, \zeta)}{\partial \zeta} = 0; \quad \zeta = 0 \quad \text{e} \quad X > 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Theta(X, \zeta)}{\partial \zeta} + Bi \cdot \Theta(X, \zeta) = 0; \quad \zeta = 1 \quad \text{e} \quad X > 0 \quad (9)$$

Condição de entrada adimensional

$$\Theta(X, \zeta) = 1, \quad 0 \leq \zeta \leq 1, \quad X = 0 \quad (10)$$

Condição de saída adimensional

$$\Theta(X, \zeta) = 0, \quad 0 \leq \zeta \leq 1, \quad X = \infty \quad (11)$$

2.2. Problema auxiliar de autovalor na direção radial

O problema auxiliar para o campo de temperatura recai sobre o problema típico de Sturm-Liouville. O problema auxiliar escolhido para a determinação do campo de temperatura é escrito da seguinte forma:

$$\frac{1}{\zeta^m} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta^m \frac{\partial \Psi_i(\mu_i, \zeta)}{\partial \zeta} \right) + \mu_i^2 \Psi_i(\mu_i, \zeta) = 0, \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Psi_i(\mu_i, \zeta)}{\partial \zeta} = 0; \quad \zeta = 0 \quad \text{e} \quad \mu_i > 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Psi_i(\mu_i, \zeta)}{\partial \zeta} + Bi \cdot \Psi_i(\mu_i, \zeta) = 0; \quad \zeta = 1 \quad \text{e} \quad \mu_i > 0 \quad (14)$$

No presente trabalho utiliza-se o método da contagem de sinal, que trata-se de um método numérico, para a determinação dos autovalores (μ_i), das autofunções, $\Psi(\mu_i, \varsigma)$, e das normas (N_i), conforme descrito por (Mikhailov e Vulchanov, 1983). O método da contagem de sinal foi implementado no código computacional na plataforma Fortran INTEL para a solução do problema de autovalor associado.

2.3. Transformação Integral do Campo de Temperatura

Seguindo a metodologia de uso da GITT, definiremos um par transformada-inversa com a finalidade de reduzir o problema original, que se trata de uma equação diferencial parcial, num sistema infinito e acoplado de equações diferenciais ordinárias. Num segundo momento, a fórmula da inversa pode ser utilizada para obtenção da solução do problema original. O par transformada integral definido para este problema é dado por:

$$\bar{\Theta}_i(X) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \varsigma^m \cdot \Psi_i(\mu_i, \varsigma) \Theta(X, \varsigma) d\varsigma, \quad \text{Transformada} \quad (15)$$

$$\Theta(X, \varsigma) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Psi_i(\mu_i, \varsigma) \bar{\Theta}_i(X)}{N_i^{1/2}}, \quad \text{Inversa} \quad (16)$$

Tratando analiticamente a equação (7) por meio de operadores integrais, com auxílio do problema auxiliar e do par transformada-inversa, pode-se transformar esta equação diferencial parcial num sistema de equações diferenciais ordinárias dadas por:

$$\frac{d^2 \bar{\Theta}_i(X)}{dX^2} - P_e^2 \frac{d \bar{\Theta}_i(X)}{dX} - 4(2-m)^2 P_e^2 \mu_i^2 \bar{\Theta}_i(X) = 0 \quad (17)$$

cuja solução geral é clássica, dada por:

$$\bar{\Theta}_i(X) = C_1 \cdot e^{\lambda_1 X} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 X} \quad (18)$$

Tal que C_1 e C_2 são constantes a se determinar, enquanto que λ_1 e λ_2 são dadas por:

$$\lambda_1 = \frac{P_e^2}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{16(2-m)^2 \mu_i^2}{P_e^2}} \right] \quad (19)$$

$$\lambda_2 = \frac{P_e^2}{2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{16(2-m)^2 \mu_i^2}{P_e^2}} \right] \quad (20)$$

Analogamente, também podemos tratar analiticamente as equações (10) e (11), encontrando, respectivamente, que:

$$\bar{\Theta}_i(0) = -\frac{1}{\mu_i^2 N_i^{1/2}} \frac{\partial \Psi_i(\mu_i, 1)}{\partial \varsigma} = \bar{f}_i \quad (21)$$

$$\bar{\Theta}_i(\infty) = 0 \quad (22)$$

Com o auxílio das equações (21) e (22) podemos determinar as constantes C_1 e C_2 da equação (18), encontrando que $C_1 = 0$ e $C_2 = \bar{f}_i$. Logo:

$$\bar{\Theta}_i(X) = \bar{f}_i \cdot e^{\lambda_2 X} \quad (23)$$

A partir desta solução, podemos utilizar a fórmula da inversa, dada pela equação (16), para encontrar a solução geral do problema físico proposto.

2.4. Cálculo do Campo de Temperatura

O campo de temperatura para a região de entrada térmica assume a forma:

$$\Theta_i(X, \zeta) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Psi_i(\mu_i, \zeta) \cdot \bar{f}_i \cdot e^{\lambda_2 X}}{N_i^{1/2}} \quad (24)$$

2.5. Cálculo da Temperatura Média Adimensional

A temperatura média pode ser calculada por meio da expressão:

$$\Theta(X)_{\text{média}} = \frac{\int_0^1 \zeta^m \cdot \Theta(X, \zeta) d\zeta}{\int_0^1 \zeta^m \cdot d\zeta} \quad (25)$$

Substituindo a equação (24) na equação (25), pode-se verificar que:

$$\Theta(X)_{\text{média}} = (m+1) \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \bar{f}_i^2 \cdot e^{\lambda_2 X} \quad (26)$$

2.6. Cálculo do Número de Nusselt Local

Uma vez conhecida as expressões para $\Theta(X, \zeta)$ e $\Theta(X)_{\text{média}}$, pode-se calcular o número de Nusselt Local por meio da expressão:

$$Nu(X) = - \frac{2 \cdot (2-m)}{\Theta(X)_{\text{média}} - \Theta_{\text{parede}}(X)} \left. \frac{d\Theta(X, \zeta)}{d\zeta} \right|_{\zeta=1} \quad (27)$$

onde $\Theta_{\text{parede}}(X)$ representa a temperatura adimensional ao longo da parede do tubo.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Comparação dos resultados obtidos com literaturas especializadas

Através das tabelas que seguem, para fins de validação, podemos comparar os resultados obtidos no presente trabalho com os resultados existentes na literatura aberta, especificamente usaremos os trabalhos de (Rohsenow e Choi, 1961; McKillop, 1964 e Johnston, 1994). Analisaremos, para cada posição axial adimensional, o valor do número de Nusselt local. Em todos os casos apresentados podemos verificar uma boa concordância.

Tabela 1. Comparação do número de Nusselt local com diferentes trabalhos na literatura especializada – Tubo circular sem condução axial

$X = \frac{\alpha \cdot x}{D_h^2 \cdot u_m}$	Parede adiabática (Bi → 0)				Parede com temperatura constante (Bi → ∞)			
	Rohsenow and Choi (1961)	McKillop (1964)	Johnston (1994)	Presente trabalho	Rohsenow and Choi (1961)	McKillop (1964)	Johnston (1994)	Presente trabalho
0,0025	20,38	20,49	20,379	20,371	---	13,04	13,069	13,072
0,005	15,33	15,35	15,330	15,324	9,88	9,89	9,884	9,886
0,01	11,88	11,89	11,884	11,879	---	7,75	7,744	7,746
0,015	10,46	10,46	10,450	10,445	6,89	6,89	6,886	6,888
0,025	9,16	9,16	9,161	9,155	6,18	6,18	6,179	6,180
0,05	8,24	8,24	8,238	8,232	5,82	5,82	5,817	5,818
0,10	8,01	8,01	8,012	8,006	---	5,78	5,783	5,785

3.1 Efeito do Peclet

O número de Peclet representa a relação entre a energia convectada e a energia conduzida axialmente no fluido. Quando o Peclet é grande, significa que a contribuição da convecção no escoamento se torna mais relevante em relação a condução axial. Da mesma forma, se o Peclet é pequeno, significa que a contribuição da convecção no escoamento se torna pouco relevante em relação a condução axial, sinalizando a efetiva importância da condução axial.

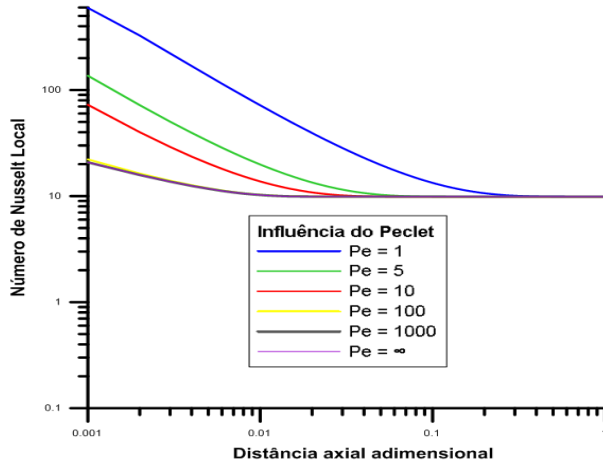


Figura 2: Nusselt local em função da distância axial adimensional para o escoamento entre placas planas com $Bi = \infty$

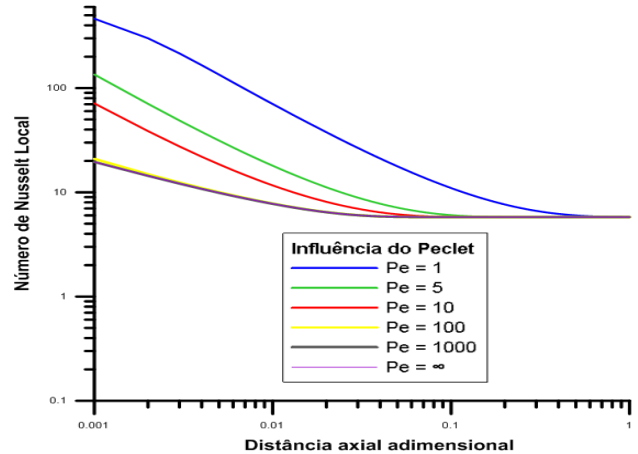


Figura 3: Nusselt local em função da distância axial adimensional para o escoamento no tubo circular com $Bi = \infty$

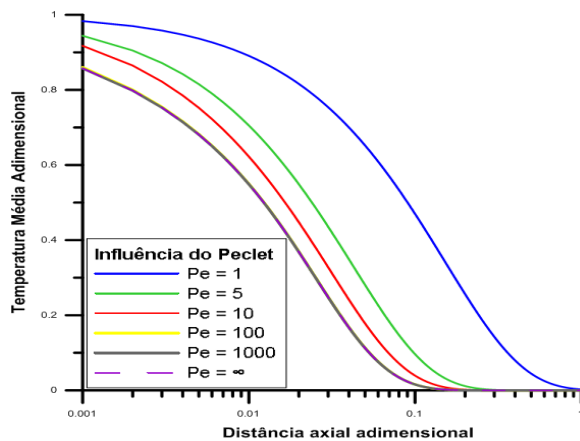


Figura 4: Temperatura média global adimensional em função da distância axial adimensional para o escoamento entre placas planas com $Bi = \infty$

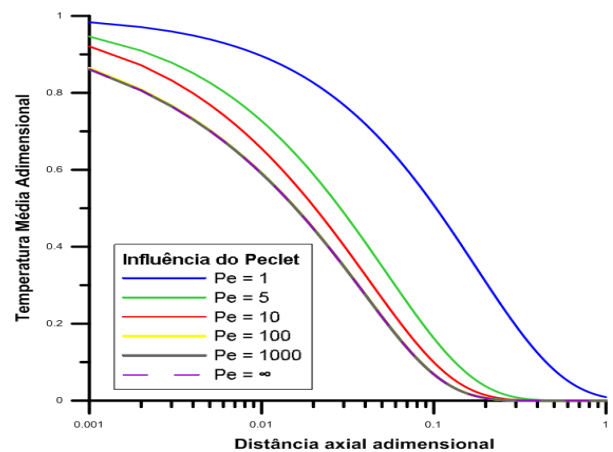


Figura 5: Temperatura média global adimensional em função da distância axial adimensional para o escoamento no tubo circular com $Bi = \infty$

As curvas acima mostram que para diferentes valores de Peclet, os resultados são bastante diferentes. Para todos os gráficos e tabelas contidos neste trabalho foram usados 200 autovalores e 200 autofunções correspondentes. As Figuras 2 e 3 mostram os resultados do número de Nusselt local em função da distância axial adimensional para o caso em que $Bi = \infty$, que reproduz a situação de temperatura especificada no contorno. Pode-se perceber que o número de Nusselt local decresce com o aumento do número de Peclet. Quando o Peclet é muito grande, a curva recai assintoticamente para a solução clássica do problema de Graetz com perfil de velocidade uniforme e temperatura especificada na parede, onde a condução axial é negligenciada. Para o problema de Graetz mencionado: $Nu(x \rightarrow \infty) = 9,8696$ entre placas planas e $Nu(x \rightarrow \infty) = 5,78$ no tubo circular, em conformidade com o trabalho apresentado. As Figuras 4 e 5 mostram os resultados obtidos para a temperatura média global em função da distância axial adimensional, para vários valores do número de Peclet e $Bi = \infty$. Pode-se perceber que quanto menor o valor do Peclet (condução axial significativa) mais a temperatura média global diminui lentamente com a distância axial adimensionalizada.

A seguir, apresentaremos a influência do Peclet sobre o campo de temperatura, explicitando o comprimento de desenvolvimento térmico para cada situação avaliada. No presente trabalho definimos o comprimento de entrada térmica como o comprimento axial necessário para que o fluido atinja a sua temperatura final com uma margem de 10% de diferença relativa.

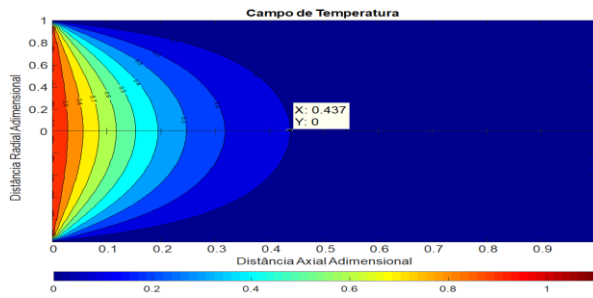


Figura 6: Campo de Temperatura para $Pe = 1$ e $Bi = \infty$ (placas planas)

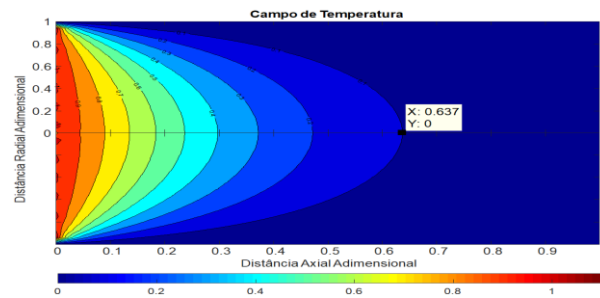


Figura 7: Campo de Temperatura para $Pe = 1$ e $Bi = \infty$ (tubo circular)

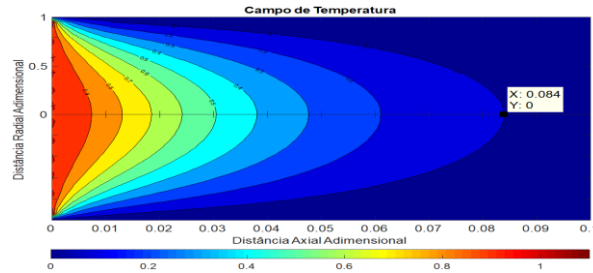


Figura 8: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = \infty$ (placas planas)

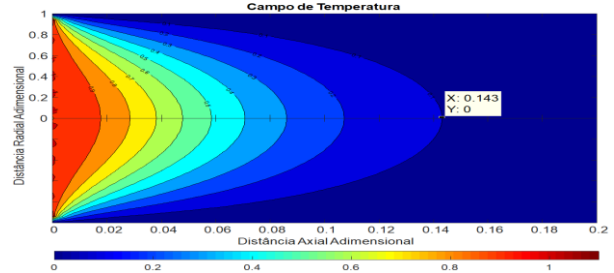


Figura 9: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = \infty$ (tubo circular)

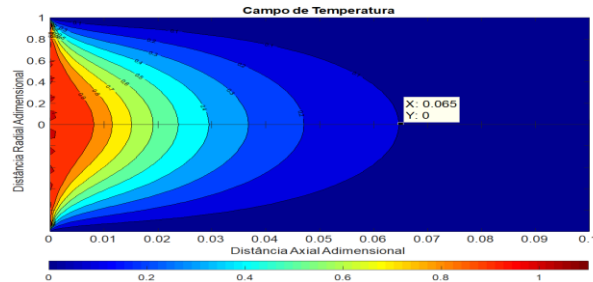


Figura 10: Campo de Temperatura para $Pe = 100$ e $Bi = \infty$ (placas planas)

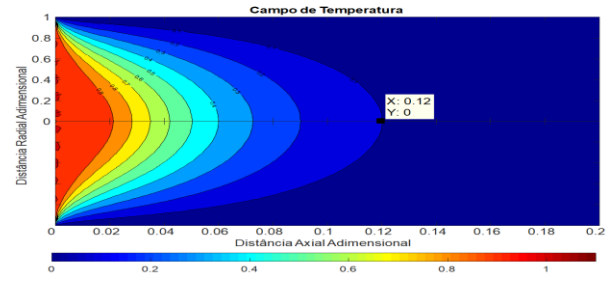


Figura 11: Campo de Temperatura para $Pe = 100$ e $Bi = \infty$ (tubo circular)

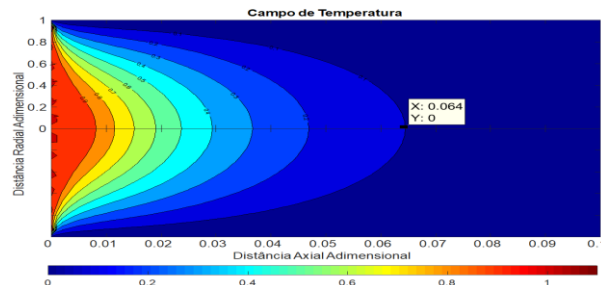


Figura 12: Campo de Temperatura para $Pe = 1000$ e $Bi = \infty$ (placas planas)

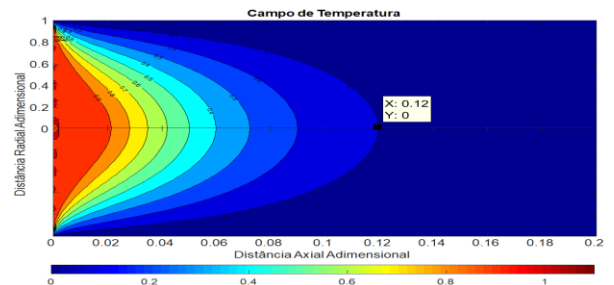


Figura 13: Campo de Temperatura para $Pe = 1000$ e $Bi = \infty$ (tubo circular)

Por meio das figuras 6 – 13 percebemos que o número de Peclet influencia diretamente na distribuição do campo de temperatura. Quando comparamos o escoamento entre placas planas e no tubo circular, para um dado Peclet, verificamos que o comprimento axial de desenvolvimento térmico é sempre maior na geometria cilíndrica. Para uma mesma geometria, concluímos que a distância axial que caracteriza o desenvolvimento térmico é sempre maior quanto menor o número de Peclet.

3.2 Efeito do Biot

Agora, para um Peclet especificado, analisaremos o efeito do Biot sobre o número de Nusselt Local. Vale salientar que para $Bi \rightarrow \infty$ temos a condição de contorno do primeiro tipo (temperatura especificada na parede), para $Bi \rightarrow 0$ a condição é do segundo tipo (fluxo especificado, neste estudo consideramos parede adiabática) e para $0 < Bi < \infty$ a condição é do terceiro tipo, considerando a troca de calor entre o fluido e o meio.

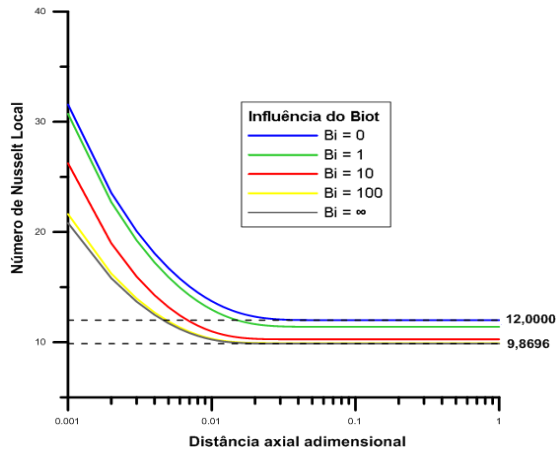


Figura 14: Nusselt local em função da distância axial adimensional para o escoamento entre placas planas com $Pe = \infty$

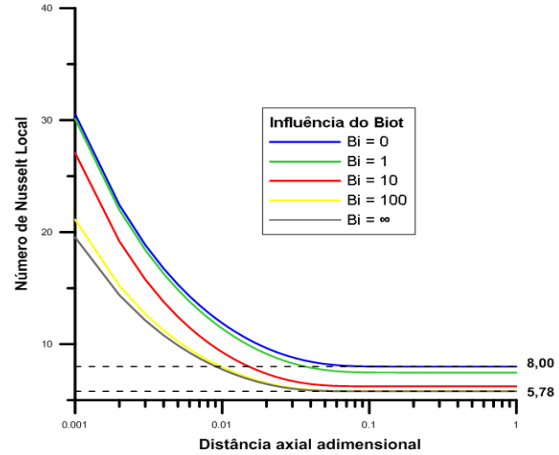


Figura 15: Nusselt local em função da distância axial adimensional para o escoamento no tubo circular com $Pe = \infty$

Por meio das figuras 14 e 15, concluímos que o número de Nusselt Local converge para valores menores quanto maior o número de Biot. Pode-se observar também que para o caso de fluxo especificado na parede, ($Bi = 0$), o número de Nusselt local converge para $Nu(x \rightarrow \infty) = 12$ entre placas planas e $Nu(x \rightarrow \infty) = 8$ no tubo circular, em total concordância com as literaturas especializadas.

Agora apresentaremos a influência do Biot sobre o campo de temperatura, explicitando o comprimento de entrada térmica para cada situação analisada.

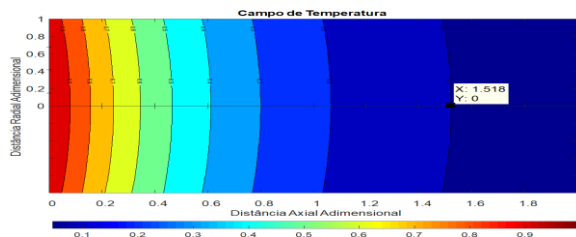


Figura 16: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 0,1$ (placas planas)

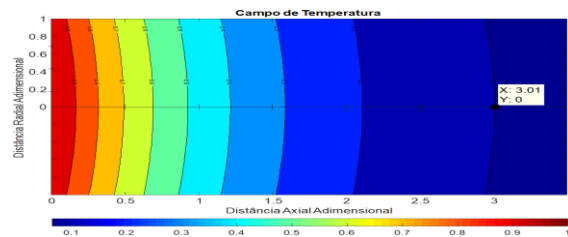


Figura 17: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 0,1$ (tubo circular)

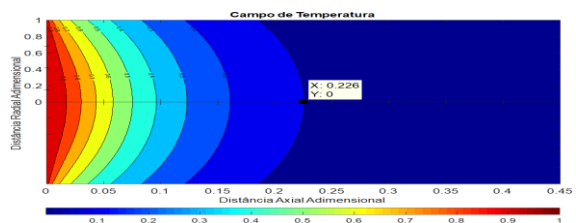


Figura 18: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 1$ (placas planas)

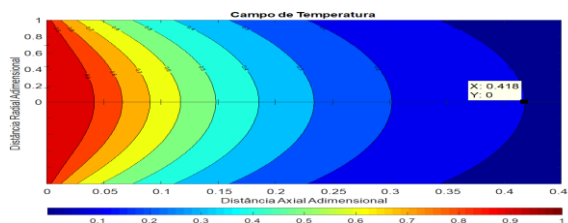


Figura 19: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 1$ (tubo circular)

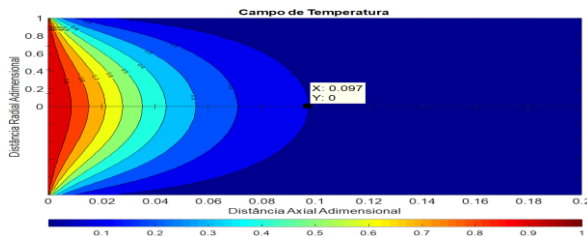


Figura 20: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 10$ (placas planas)

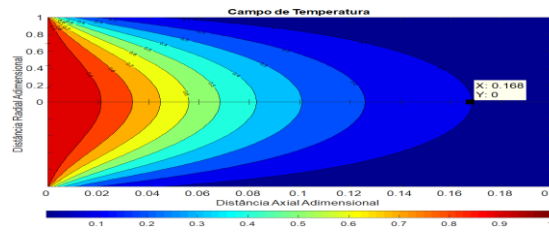


Figura 21: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 10$ (tubo circular)

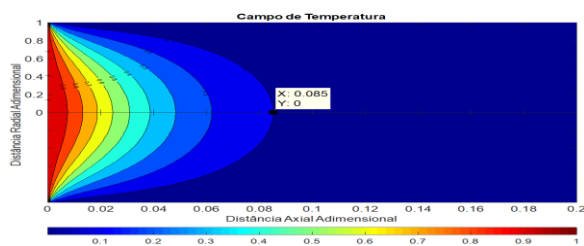


Figura 22: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 100$ (placas planas)

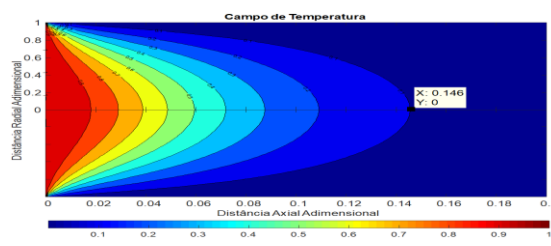


Figura 23: Campo de Temperatura para $Pe = 10$ e $Bi = 100$ (tubo circular)

Por meio das figuras 16 – 23 percebemos que o número de Biot influencia diretamente na distribuição do campo de temperatura. Verificamos que o comprimento axial de desenvolvimento térmico é sempre maior na geometria cilíndrica, para um dado Biot. Para uma mesma geometria, concluímos que o comprimento de entrada térmica é sempre maior quanto menor o número de Biot. Também podemos perceber que para $Bi = 100$ o campo de temperatura não tem grandes mudanças quando comparado com as situações em que $Bi \rightarrow \infty$, dadas pelas figuras 8 e 9.

4. CONCLUSÕES

Conclui-se a partir da análise dos resultados obtidos que, em baixos números de Peclet, a consideração dos efeitos de condução axial no fluido desempenha um papel importante nos problemas de transferência de calor e que a sua omissão oferece um erro apreciável na computação da taxa de transferência de calor. Percebe-se ainda que, nas condições de pequenos números de Peclet, o fluido tende a variar a sua temperatura mais lentamente ao longo da direção axial, de modo ao comprimento de desenvolvimento térmico ser sempre maior para estas situações. Conclui-se também que a partir de Peclet igual a 100 o desenvolvimento do campo de temperatura apresenta modificações muito pequenas, de modo a não haver mais mudanças no comprimento axial de desenvolvimento térmico, o que é justificado pelo fato do efeito da condução axial já começar a ser desprezível e o problema estudado recair sobre o problema clássico de Graetz. Verifica-se que quando o número de Biot é superior a 100 pode-se considerar que a condição de contorno do problema físico estudado é do primeiro tipo. Por fim, conclui-se que o presente trabalho reproduz resultados satisfatórios para escoamentos, por exemplo, de metais líquidos que, por possuírem baixo número de Prandtl, apresentam o comportamento de escoarem com um perfil uniforme de velocidade.

5. AGRADECIMENTOS

Ao IFPB, a UFPB, ao PPGEM/UFPB.

6. REFERÊNCIAS

- BAGAZITOGLU, Y. and OZISIK, M. N., 1980. "On the solution of Graetz type problem with axial conduction", Int. J. Heat and Mass Transfer 23, 1399-1402
- ÇENGEL, Y.; GHAJAR, A., 2012. "Transferência de Calor", 4ª ed. Porto Alegre - RS: Mc Graw Hill
- COTTA, R., 1993. "Integral Transform in Computational Heat and Fluid Flows", 1ª Edição ed. Flórida: CRC Press, Inc.
- DINIZ, L. S., 2005. "Estudo das Tensões Térmicas no Acoplamento Condução-Radiação em Materiais Semitransparentes"; Tese de doutorado, - CT/UFPB
- JOHNSTON, P. R., 1991. "Axial conduction and the Graetz problem for a Bingham Plastic in laminar tube flow", Int. J. Heat and Mass Transfer 34, 1209-1217
- JOHNSTON, P. R., 1994. "A solution method for the Graetz problem for non-newtonian fluids with Dirichlet and Neumann boundary conditions", Mathl. Comput. Modelling 19, 1-19
- KAKAÇ, S. and YENER, Y., 1995. "Convective Heat Transfer", CRC Press, Inc., Florida, EUA
- KAKAÇ, S. YENER, Y. W. and PRAMUANJAROENKIJ, A., 2014. "Convective Heat Transfer", CRC Press, 3rd edition, New York
- LAOHAKUL, C.; CHAN, C. Y.; LOOK, K. Y. and TAN, C. W., 1985. "On approximate solutions of the Graetz problem with axial conduction", Int. J. Heat and Mass Transfer 28, 541-545
- MCKILLOP, A.A., 1964. "Heat transfer for laminar flow of non-Newtonian fluids in entrance region of a tube", Int. J. Heat and Mass Transfer 7, 853-862
- MICHELSON, M.L. and VILLADSEN, J., 1974. "The Graetz problem with axial heat conduction", Int. J. Heat and Mass Transfer 17, 1391-1402
- MIKHAILOV, M. D. and ÖZISIK, M. N., 1984. "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion", John Wiley, New York
- MIKHAILOV, M. D. and VULCHANOV, N. L., 1983. "Computational procedure for Sturm-Liouville problems", Journal of computational Physics, v. 5, 323-336

- NAGASUE, H., 1981. "Steady-state heat transfer with axial conduction in laminar flow in circular tube with a specified temperature on heat flux wall", Int. J. Heat and Mass Transfer 24, 1823-1832
- PAPOUTSAKIS, E.; RANKRISHNA, D. and LIM, H. C., 1980. "The extended Graetz problem with Dirichlet wall boundary conditions", Appl. Sci. Res 36, 13-34
- PAPOUTSAKIS, E.; RANKRISHNA, D. and LIM, H. C., 1980. "The extended Graetz problem with prescribed wall flux", Aiche J. 26, 779-787
- ROHSENOW, W.M. and CHOI, H., 1961. "Heat, Mass and Momentum Transfer", Prentice-Hall, New York
- SANTOS, C.A.C., 1992. "Solução exata para o escoamento tipo pistão com condução axial no fluido", II Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, 287-294
- SANTOS, C.A.C.; QUARESMA, J.N.N. and LIMA, J. A., 2001. "Convective Heat Transfer in Ducts: the Integral Transform Approach", 348 p., E-Papers, ABCM Mechanical Sciences Series, Rio de Janeiro, Brazil
- SHAH, R.K., 1975. "Thermal entry length solutions for the circular tube and parallel plates", Proc. Natl. Heat Mass Transfer Conf., 3rd, Indian Inst. Technol., Bombay, Vol. I, Pap. No. HMT-11-75
- SHAH, R.K. and LONDON, A.L., 2014. "Laminar Flow Forced Convection in Ducts: A Source Book for Compact Heat Exchanger Analytical Data", vol. 1, Academic Press
- VELOSO, D. L. de A., 2015. "Análise da convecção forçada laminar em dutos circulares submetidos aos efeitos da condução axial e radiação"; Dissertação de mestrado, - CT/UFPA
- VERHOFF, F. H. and FISHER, D. P., 1973. "A numerical solution of the Graetz problem with axial conduction include", J. Heat Transfer 95, 132-134
- VERONESE, J.P.; SILVA, S.A.; MARTINS, C.R; LUCENA, D.V. and SANTOS, J.C., 2012. "Análise da convecção forçada laminar de um fluido não newtoniano do tipo pseudoplástico via GITT", VII Congresso Norte-Nordeste de Pesquisa e Inovação
- VICK, B.; OZISIK, M. N. and BAGAZIGLU, Y., 1980. "A method of analysis for low Peclet number thermal entry regions problems with axial conduction", Letters in Heat and Mass Transfer 7, 235-248

7. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

STUDY OF LAMINAR FORCED CONVECTION FOR PISTON TYPE FLOW WITH AXIAL CONDUCTION

D. L. DE A. VELOSO, dhiego_vel@hotmail.com¹

F. A. DE LIMA, fabioarsp@gmail.com²

C. A. C. DOS SANTOS, carloscabralasantos@yahoo.com.br³

G. E. ASSAD, gustavo.elia.assad@gmail.com⁴

P. G. GONÇALVES, pedrogranville@gmail.com⁵

^{1,2,3,4,5} Federal University of Paraíba, Cidade Universitária - João Pessoa - PB - Brasil - CEP: 58051-900

Abstract: The heat transfer in a uniform flow in the thermal entry region of a circular tube or between flat plates, and considering the effects of axial conduction in the fluid, is analytically and numerically studied in this work. The Generalized Integral Transformation Technique (GITT) was used to solve the energy equation. Because it is a hybrid method, the methodology employed combines the reliability and precision of the analytical techniques at a competitive computational cost, without neglecting the versatility of numerical methods. The temperature field and the local Nusselt number are evaluated for several values of the Peclet and Biot numbers, and a boundary condition of the third type. The results, presented in the form of tables and graphs, allow to analyze the influence that the number of Peclet and the number of Biot exert in the number of Nusselt and in the profile of temperature, explaining the thermal input length for each analyzed case. The obtained results were confronted with existing ones in the open literature in order to validate the presented model.

Keywords: axial conduction, uniform flow, Peclet, Biot, GITT.