

ANÁLISE DE UM ROTOR LAVAL CENTRADO APOIADO EM MANCAIS DE ESFERAS COM CONTATO ANGULAR SOB REGIME DE LUBRIFICAÇÃO EHD.

L. Carrer, laiscarrer@hotmail.com¹

L. Bizarre, leticia.bizarre@fem.unicamp.br¹

K. L. Cavalca, katia@fem.unicamp.br¹

¹Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Rua Mendeleev, 200 - 13083-860, Campinas - SP, Brasil.

Resumo: Rotores são equipamentos mecânicos que transmitem potência e são amplamente aplicados tanto na indústria, como em equipamentos do uso cotidiano. O teste destes equipamentos pode ser oneroso e complexo, por isso, é fundamental o desenvolvimento de modelos computacionais precisos, que simplifiquem a fase de projetos de seus componentes. Este trabalho tem o objetivo de estudar um Rotor Laval centrado e apoiado em mancais de esferas com contato angular lubrificados, que permitem não apenas o movimento rotativo, mas também suportam carga axial. As condições de carga e rotação aplicadas aos mancais resultam em um regime de lubrificação Elastohidrodinâmica (EHD). Para obter parâmetros equivalentes de rigidez e amortecimento para cada rolamento, em direções axiais e radiais, é realizada uma otimização que integra o equilíbrio de forças nas esferas dos rolamentos com a solução transiente das equações de lubrificação EHD pelo algoritmo de integração multi-nível. O sistema do rotor completo é modelado por parâmetros concentrados e as equações de força não lineares dos mancais foram incluídas como forças externas. O sistema de seis graus de liberdade é resolvido no domínio do tempo e, finalmente, são obtidas as frequências fundamentais do sistema completo.

Palavras-chave: Rotor Laval, Mancal de Esferas, Lubrificação EHD, Contato Angular.

1. INTRODUÇÃO

Rotores são componentes de máquinas rotativas com diversas aplicações na indústria, desde turbinas eólicas, bombas, turbinas a vapor até eixos de transmissão de automóveis e equipamentos de alta precisão. Tendo em vista a ampla variedade de aplicações e a necessidade de reduzir tempo e custo de projeto, busca-se o desenvolvimento de modelos matemáticos de rotores que se aproximem do comportamento real do conjunto e de seus componentes e permitam a redução de protótipos.

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento de um conjunto rotor-mancal de esferas com lubrificação EHD. Para tanto, é considerado no rotor um disco centrado com massa residual que resulta em desbalanceamento rotativo. Foram acrescentadas, também, forças externas radiais e axiais para explorar a função do contato angular no mancal, sendo que, para isso, utiliza-se a decomposição dos parâmetros de força de contato advindos da caracterização deste mancal.

Esta caracterização é obtida pela otimização proposta por Bizarre (2016), que integra o equilíbrio de forças nas esferas do mancal (Harris, 1991), e descrito em Radaelli (2013), com a solução multiníveis do modelo de lubrificação Elastohidrodinâmica (EHD), apresentada por Nonato (2010, 2012, 2014).

2. METODOLOGIA

O desenvolvimento matemático deste trabalho se inicia com a resolução apresentada por Radaelli (2013) do equilíbrio de forças nas esferas de um mancal de rolamento com contato angular, mostrado nas Fig. 1, utilizando o método iterativo Newton-Raphson, com a aplicação do modelo de contato seco de Hertz, apresentado na Eq. 1. Sendo F_R a força de reação das esferas do mancal, K_{Hertz} , a rigidez equivalente e δ , o deslocamento da esfera na direção do contato.

$$F_R = K_{Hertz} \delta^{3/2} \quad (1)$$

Nesta etapa são encontradas as primeiras aproximações para a carga suportada por cada esfera e o deslocamento resultante na direção do contato.

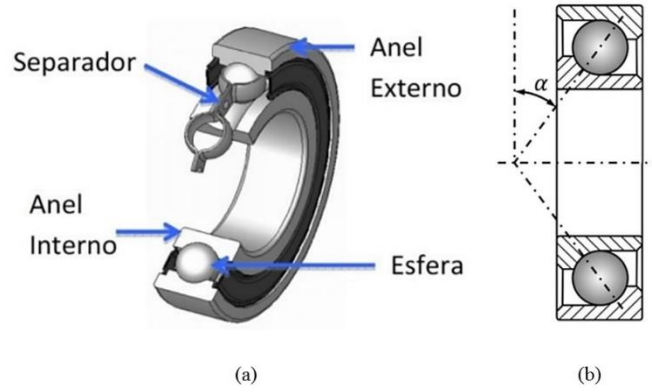


Figura 1. (a) Elementos de um rolamento de esferas (Nonato, 2009), (b) Vista em corte de um mancal de esferas de contato angular (Radaelli, 2013).

O contato de Hertz é o modelo utilizado nesta etapa do trabalho, no qual é feito, para cada esfera, o equilíbrio de forças em alta rotação, considerando que o momento giroscópico (M_{gj}) e força de inércia (F_{cj}) alteram os deslocamentos e ângulos de contato com a pista interna (α_{ij}) e externa (α_{oj}), como mostrado na Fig. 2, onde D é o diâmetro da esfera, λ_{oj} e λ_{ij} são coeficientes que representam o quanto do momento giroscópico é resistido pelo atrito da pista externa e interna, respectivamente, e Q_{oj} e Q_{ij} são as cargas suportadas pela esfera. O subscrito j indica a posição angular de cada esfera.

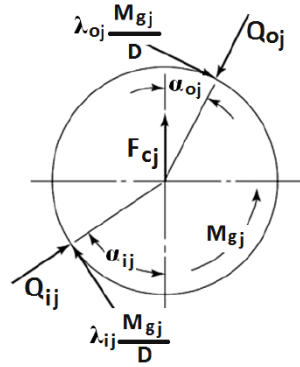


Figura 2. Equilíbrio de forças e momentos em rotação (Harris, 1991).

Os parâmetros adimensionais de Moes, para carga (M) e para lubrificação (L), descritos em Venner (2000), são calculados a partir dos dados de carregamento e velocidade de cada esfera, resultantes do processo previamente descrito. Estes parâmetros são introduzidos no modelo de lubrificação EHD descrito por Nonato (2010), aplicando a equação de Reynolds, que pela complexidade matemática é resolvida pelo método de diferenças finitas multiníveis, fornecendo pressões do filme de óleo, forças de reação, deslocamentos e velocidades para cada contato.

Como descrito por Bizarre (2016), a partir do equilíbrio estático no modelo EHD, e utilizando o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963) é possível modelar a força de contato não linear restitutiva de cada esfera. Os parâmetros encontrados são a rigidez ($K_{i,o}$), expoente do deslocamento ($d_{i,o}$) e a força residual $\Delta F_{i,o}$ na direção do contato, para as pistas internas e externas, como mostrado na Eq. 2:

$$F_{i,oj} = K_{i,o} \delta_{i,oj}^{d_{i,o}} + \Delta F_{i,o} \quad (2)$$

Os subscritos i , o e j indicam, respectivamente, contato interno, contato externo e a posição da esfera no mancal, iniciando em 1 até o número total de esferas, Z .

O filme de óleo é representado como um sistema mola-amortecedor, como esquematizado na Fig. 3. Com os parâmetros de rigidez encontrados, utilizamos a resposta transiente do EHD para encontrar o amortecimento interno e externo entre as esferas e a pista.

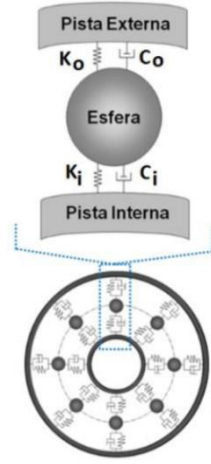


Figura 3. Aproximação para o modelo equivalente de forças no contato entre anel interno e externo (Bizarre, 2016).

Como exposto por Bizarre (2016), para a obtenção dos parâmetros totais das forças de reação do mancal, faz-se necessária a decomposição das forças restitutivas e dissipativas de cada pista nas direções axial e radial, conforme Eq. 3, uma vez que os ângulos de contato, α_i e α_o , são diferentes e as forças de reação, F_i e F_o , não são colineares. Os subscritos A e R representam as direções axial e radial, respectivamente.

$$F_{i,orj} = \sin(\alpha_i, oj)F_{i,oj}; F_{i,oAj} = \cos(\alpha_i, oj)F_{i,oj} \quad (3)$$

Uma vez decompostas, é possível encontrar as forças totais de reação do mancal nas direções radial e axial, sabendo que o deslocamento total é a soma dos deslocamentos interno e externo, como mostrado nas Eqs. 4 e 5. A partir disso, são encontrados os parâmetros radiais e axiais equivalentes para o mancal.

$$\delta_{R,Aj} = \delta_{iR,Aj} + \delta_{oR,Aj} \quad (4)$$

$$F_{Rj} = K_R \delta_{Rj}^{d_R} + \Delta F_R; F_{Aj} = K_A \delta_{Aj}^{d_A} + \Delta F_A \quad (5)$$

Para a inclusão da força de reação no mancal é necessária a decomposição do deslocamento radial do mancal nos graus de liberdade y_m e z_m , do mancal, Eq. 6, como mostrado por Nonato (2014). É considerada folga diametral nula, como mostrado na Fig. 4, sendo ψ_j o ângulo de Azymuth de cada posição de esfera

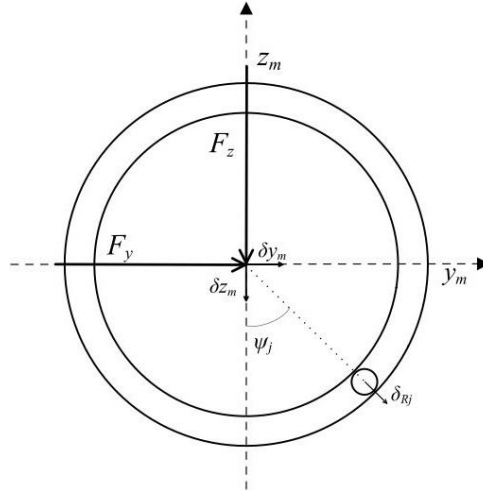


Figura 4. Representação do deslocamento radial da j-ésima esfera de um mancal de esferas.

$$\delta_{Rj} = \delta z_m \cos(\psi_j) + \delta y_m \sin(\psi_j) \quad (6)$$

Derivando o deslocamento radial de cada esfera, δ_{Rj} , no tempo encontramos a Eq. 7.

$$\dot{\delta}_{Rj} = \dot{\delta z_m} \sin(\psi_j) \psi_j + \dot{\delta y_m} \cos(\psi_j) \psi_j + \dot{\delta z_m} \cos(\psi_j) + \dot{\delta y_m} \sin(\psi_j) \quad (7)$$

O termo da velocidade angular do centro de cada esfera que surge nesta equação, $\dot{\psi}_j$, é a velocidade da gaiola (ω_c) que mantém as esferas em movimento igualmente espaçadas entre si, obedecendo, portanto, a Eq. 8, na qual Ω é a rotação do eixo, ou seja, a rotação da pista interna do mancal, d_m é o diâmetro primitivo do mancal e D , o diâmetro da esfera.

$$\omega_c = \frac{\Omega(d_m - D \cos(\alpha))}{2d_m} \quad (8)$$

O equilíbrio estático no mancal se dá pela somatória das forças de reação das esferas nas direções x_m , y_m e z_m . Dado que Z é o número total de esferas de cada mancal. Substituindo δ_{Aj} por x_m temos as relações das forças restitutivas de reação do mancal, como pode ser visto nas Eqs. 9 a 11. Considerando δy_m , δx_m , δy_m e δz_m como y_m , z_m , $\dot{y}_m$ e $\dot{z}_m$, respectivamente.

$$F_y = \sum_{j=1}^Z \left[\left(K_R(z_m \cos(\psi_j) + y_m \sin(\psi_j))^{d_R} + \Delta F_R \right) \cos(\psi_j) \right] \quad (9)$$

$$F_z = \sum_{j=1}^Z \left[\left(K_R(z_m \cos(\psi_j) + y_m \sin(\psi_j))^{d_R} + \Delta F_R \right) \sin(\psi_j) \right] \quad (10)$$

$$F_x = (K_A x_m^{d_A} + \Delta F_A) Z \quad (11)$$

A força dissipativa do mancal é, então, descrita pelas Eqs. 12 a 14, obtida com o produto do amortecimento equivalente do mancal pela derivada da posição no tempo, dada pela Eq. 6, para a direção axial e diretamente pelo termo $\dot{x}_m$ para a direção axial.

$$F_{\dot{y}} = \sum_{j=1}^Z \left[\left(C(\dot{z}_m \cos(\psi_j) + \dot{y}_m \sin(\psi_j)) + \omega_c(z_m \sin(\psi_j) + y_m \cos(\psi_j)) \right) \cos(\psi_j) \right] \quad (12)$$

$$F_{\dot{z}} = \sum_{j=1}^Z \left[\left(C(\dot{z}_m \cos(\psi_j) + \dot{y}_m \sin(\psi_j)) + \omega_c(z_m \sin(\psi_j) + y_m \cos(\psi_j)) \right) \sin(\psi_j) \right] \quad (13)$$

$$F_{\dot{x}} = (C_A \dot{x}_m) Z \quad (14)$$

Com as forças não lineares modeladas para cada esfera do mancal, este efeito é inserido na análise do comportamento de um rotor apoiado em dois mancais de esferas com contato angular idênticos, conforme Fig. 5. O sistema possui seis graus de liberdade, sendo três de translação do disco (x , y e z) e três dos mancais (x_m , y_m e z_m).

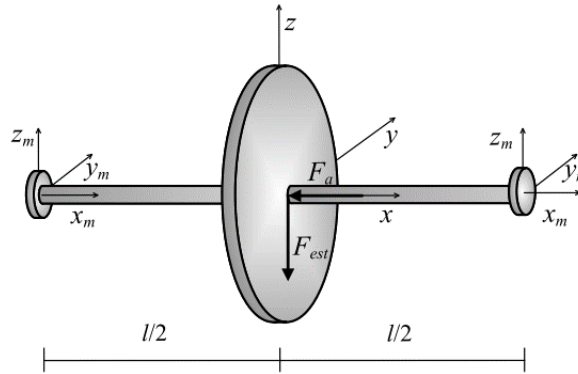


Figura 5. Modelo do Rotor Laval apoiado em Mancais de Esferas com contato angular.

A modelagem do conjunto rotor-mancal foi feita por parâmetros concentrados, aproximando o eixo a um conjunto de mola-amortecedor. Foram acrescentadas, também, forças externas radiais, F_{est} (direção de z), e axiais, F_a , para explorar a função do contato angular no mancal. Algumas considerações se fazem necessárias:

- O eixo é flexível e de inércia desprezível;
- O eixo é isotrópico;
- O disco é rígido e tem massa desbalanceada.

Para a inclusão dos mancais no modelo, é necessário inserir os graus de liberdade dos mancais e incluir no sistema as equações que relacionam as forças restitutivas do eixo com as reações não lineares dos mancais, conforme Kramer (1993), Eq. 15.

$$\begin{aligned}
m\ddot{y} + c\dot{y} + k(y - y_m) &= me\Omega^2 \cos(\Omega t) \\
m\ddot{z} + c\dot{z} + k(z - z_m) &= me\Omega^2 \sin(\Omega t) - F_{est} - mg \\
m\ddot{x} + c_a\dot{x} + k_a(x - x_m) &= F_a \\
k(y - y_m) &= 2(F_y + F_{\dot{y}}) \\
k(z - z_m) &= 2(F_z + F_{\dot{z}}) \\
k_a(x - x_m) &= 2(F_x + F_{\dot{x}})
\end{aligned} \tag{15}$$

Sendo m , a massa do disco, e , a excentricidade do desbalanceamento e mg , o peso do disco. Os parâmetros de rigidez do eixo, k (flexional) e k_a (axial), são definidos na Eq. 16 e, então, considera-se amortecimento proporcional à rigidez, com coeficientes c (flexional) e c_a (axial), como aproximação para a dissipação de energia do eixo, Eq. 17.

$$k = \frac{48EI}{l^3}; \quad k_a = \frac{4EA}{l} \tag{16}$$

$$c = \beta \cdot k; \quad c_a = \beta \cdot k_a \tag{17}$$

A solução completa do sistema de equações de movimento se deu por integrador Runge-Kutta, utilizando como condição inicial posições e velocidades nulas.

3. RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados das simulações numéricas utilizando o modelo descrito anteriormente. Os dados para os mancais são apresentados na Tab. 1 e para o rotor na Tab. 2.

Tabela 1. Características do Mancal 7006.

Características do Mancal 7006		
Z	Número de Esferas	11
D	Diâmetro da Esfera (mm)	7,0
d_m	Diâmetro Primitivo (mm)	42,5
-	Osculação da pista interna (%)	102,6
-	Osculação da pista externa (%)	108,6
-	Folga radial (mm)	0
α	Contato Angular Nominal(°)	15

Tabela 2. Características do Rotor Laval.

Características do Rotor		
l	Comprimento do Eixo (m)	0,2790
m	Massa do Disco	1,7478
E	Modulo de Elasticidade (Pa)	$210 \cdot 10^9$
I	Momento de Inércia de área (m ⁴)	$2,3234 \cdot 10^{-9}$
A	Área da Seção Transversal do Eixo (m ²)	$1,7087 \cdot 10^{-4}$
β	Coefficiente do Amortecimento Proporcional	$2,0 \cdot 10^{-4}$
Ω	Rotação do Eixo (RPM)	5000
F_a	Força Externa Aplicada no Disco (N), direção x	500
F_{est}	Força Externa Aplicada no Disco (N), direção z	500
e	Excentricidade da Massa Desbalanceada (m)	$1,0 \cdot 10^{-5}$

Após a caracterização do mancal para três velocidades de operação distintas, a Tab. 3 apresenta os valores obtidos para os parâmetros da força não linear de reação do mancal, decompostas nas direções axial e radial para o modelo de lubrificação EHD, já a Tab. 4 mostra os coeficientes de rigidez equivalente das forças de reação do mancal para o modelo de contato seco de Hertz, para três velocidades de rotação do mancal distintas 5000, 7478 e 10000 rpm.

Tabela 3. Coeficientes de rigidez e amortecimento equivalentes das forças de reação do mancal para o modelo de lubrificação EHD para três velocidades de rotação do mancal distintas 5000, 7478 e 10000 rpm.

Speed [rpm]	K_R [N/m ^{dR}]	d_R [s]	ΔF_R [N]	K_A [N/m ^{dA}]	d_A [s]	ΔF_A [N]	C [N/s ²]
5000	$3.47 \cdot 10^9$	1.42	8.52	$4.20 \cdot 10^9$	1.39	2.62	5.44
7478	$2.37 \cdot 10^9$	1.38	10.03	$3.31 \cdot 10^9$	1.37	3.68	4.32
10000	$1.86 \cdot 10^9$	1.36	11.21	$2.89 \cdot 10^9$	1.36	4.80	3.64

Tabela 4. Coeficientes de rigidez equivalente das forças de reação do mancal para o modelo de contato seco de Hertz, para três velocidades de rotação do mancal distintas 5000, 7478 e 10000 rpm.

Speed [rpm]	5000	7478	12000
K_{HR} [N/m ^{dR}]	$8,33 \cdot 10^9$	$8,23 \cdot 10^9$	$8,09 \cdot 10^9$
K_{HA} [N/m ^{dR}]	$1,52 \cdot 10^{10}$	$1,52 \cdot 10^{10}$	$1,53 \cdot 10^{10}$

As Figuras 6, 7 e 8 mostram o comparativo de órbitas entre os modelos de contato com lubrificação EHD e o modelo de contato seco de Hertz. A forma das órbitas é semelhante quando em mesma velocidade, sendo evidente para 7478 e 10000 rpm (Figs. 7 e 8) que a amplitude da resposta do contato seco é maior que a resposta EHD, resultante do amortecimento considerado neste segundo modelo. Outro ponto comum a estas três figuras é a posição mais elevada da órbita da resposta EHD, o que está diretamente relacionado aos coeficientes ΔF_R da força de reação do mancal, representando a sustentação do filme de óleo presente neste modelo, apresentados na Tab. 3.

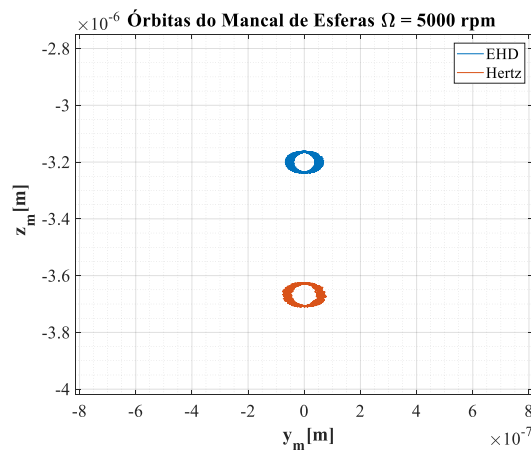


Figura 6. Órbitas do centro do mancal para o modelo em regime EHD e seco (Hertz), para uma velocidade de operação de 5000 rpm.

Conhecendo a frequência natural do sistema biapoiado em 124.63 Hz, aproximadamente 7478 rpm, fica evidente a maior amplitude apresentada pelos modelos representados na Fig. 7, voltando a reduzir a amplitude das órbitas para 10000 rpm, como mostrado na Fig. 8.

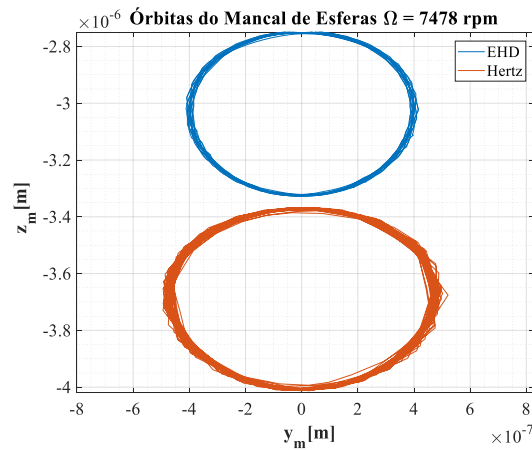


Figura 7. Órbitas do centro do mancal para o modelo em regime EHD e seco (Hertz), para uma velocidade de operação de 7478 rpm.

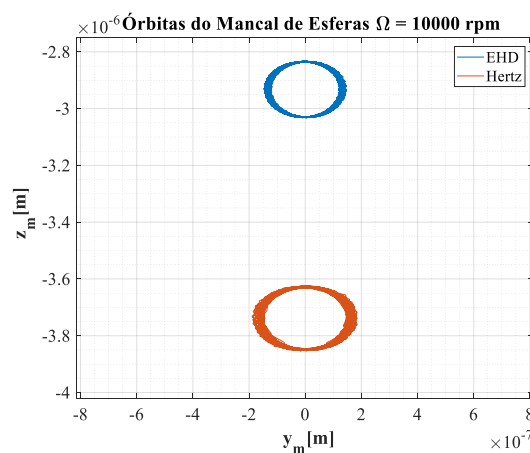


Figura 8. Órbitas do centro do mancal para o modelo em regime EHD e seco (Hertz), para uma velocidade de operação de 10000 rpm.

A Figura 9 representa o deslocamento no grau de liberdade x_m , que não está sujeito a forças oscilatórias, tendo a resposta constante em regime permanente. Já a Fig. 10 mostra a amplitude de oscilação do mancal no eixo y_m , no qual fica claro a sobreposição da resposta harmônica ao desbalanceamento com outras harmônicas devido ao mancal de rolamento, uma vez que este grau de liberdade só está sujeito à força de desbalanceamento rotativo.

A resposta da Fig. 11 apresenta o efeito das harmônicas do mancal suavizado e é acentuada a resposta transiente em z_m , já que nesta direção a força externa é uma sobreposição de força estática, peso próprio e desbalanceamento.

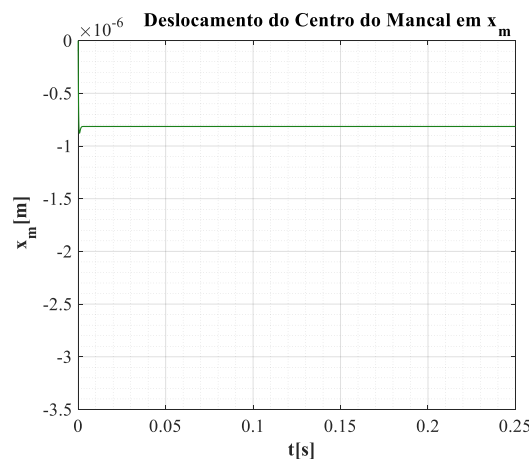


Figura 9. Resposta no tempo do deslocamento do mancal na direção x_m utilizando o modelo EHD em velocidade de operação de 5000 rpm.

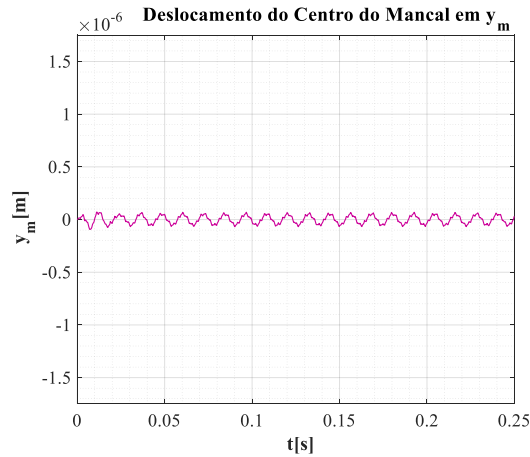


Figura 10. Resposta no tempo do deslocamento do mancal na direção y_m utilizando o modelo EHD em velocidade de operação de 5000 rpm.

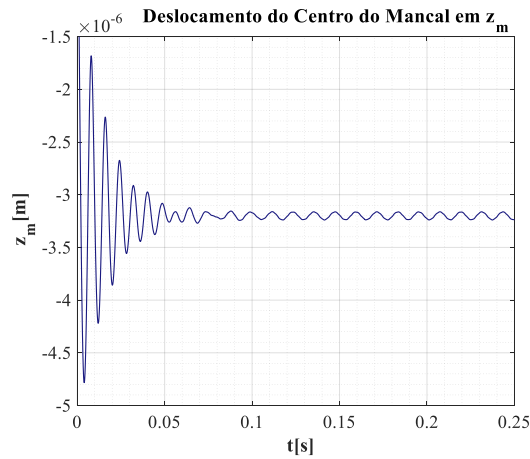


Figura 11. Resposta no tempo do deslocamento do mancal na direção z_m utilizando o modelo EHD em velocidade de operação de 5000 rpm.

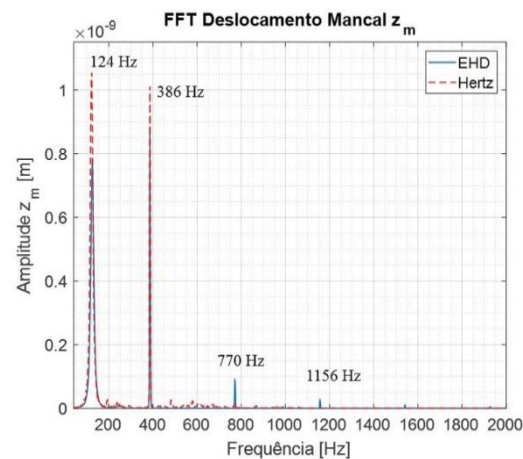


Figura 12. Espectro de frequência para o Rotor Laval em velocidade de operação de 5000 rpm.

A Figura 12 mostra o espectro de frequências utilizando a resposta no tempo de z_m , já que esta possui um transiente mais relevante que as outras respostas, partindo da posição inicial nula, possibilitando o aparecimento da frequência natural do sistema em 124,63 Hz, sendo esse o primeiro pico encontrado no espectro. Os picos de 386 Hz, 770 Hz e 1156 Hz são, respectivamente, a primeira, segunda e terceira harmônica da BPFO (*Ball passing frequency in the outer race*), trata-se da frequência de passagem da esfera pela pista externa do mancal, representada na Eq. 18.

$$BPFO = \frac{z \cdot \Omega}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos(\alpha) \right) \quad (18)$$

Verifica-se também na Fig. 12, a diferença da amplitude de resposta do contato seco, modelo de Hertz, em comparação com a resposta do mancal sob regime EHD, sendo esta segunda mais amortecida e com menor pico para as primeiras frequências.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho atingiu seu propósito de avaliar o comportamento de um rotor Laval com mancais de rolamento sob regime de lubrificação EHD apresentado por Nonato (2014) e otimizado por Bizarre (2016). Comparando o resultado EHD com o modelo até então utilizado de contato seco de Hertz, ressalta-se o benefício deste modelo na previsão das órbitas dos mancais, bem como na identificação das amplitudes e frequências fundamentais.

Outra importante observação é o comportamento da resposta em frequência do rotor Laval quando testados os modelos de lubrificação EHD e de contato seco de Hertz. Devido ao amortecimento presente no modelo EHD, nota-se uma redução nos picos de amplitude em comparação ao contato seco e também que segunda e terceira frequências de BPFO passam a ser identificáveis em regime EHD, evidenciando a importância da modelagem da lubrificação no contato dos elementos rolantes do mancal e sua influência no modelo do rotor completo.

Desta forma, a inclusão do modelo de mancal aplicado neste trabalho permite observar efeitos na resposta final do rotor Laval centrado, fundamentais para a análise do sistema completo. Por exemplo, as diferenças de amplitude observadas nos picos de frequência e nas órbitas podem gerar uma análise distinta do sistema e de seu comportamento oscilatório.

5. AGRADECIMENTOS

As autoras agradecem o CNPq pelo apoio financeiro a esta pesquisa.

6. REFERÊNCIAS

- Bizarre, L.; Nonato, F.; Cavalca, K. L., 2016, "Investigation on the convergence of EHD lubrication in angular contact ball bearing", IMEchE 2016 - VIRM11 - 11th conference on Vibrations in Rotating Machinery, Manchester, Londres. Institution of Mechanical Engineers, v. 1. p. 367-377.
- Harris, T.A., 1991, "Rolling Bearing Analysis". John Wiley & Sons, New York, 1013p.
- Kramer, E., 1993, "Dynamics of rotors and foundations" New York: Springer-Verlag., 381p.
- Marquardt, D. W., 1963, "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters". Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, v. 11, n. 2, p. 431-441.
- Nonato, F.; Cavalca, K. L., 2010, "On the non-linear dynamic behavior of elastohydrodynamic lubricated point contact", Journal of Sound and Vibration, v. 329, p. 4656-4671.
- Nonato, F.; Cavalca, K. L., 2014, "An approach for including the stiffness and damping of elastohydrodynamic point contacts in deep groove ball bearing equilibrium models". Journal of Sound and Vibration, v. 333, p. 6960-6978.
- Nonato F.; Cavalca, K., 2012a, "Local Linear Approximation for the Stiffness Characteristics of Elastohydrodynamic Point Contact". In: 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, p. 513-523.
- Nonato, F.; Cavalca, K., 2012b, "Investigation on the Damping Characteristics of Elastohydrodynamic Lubricated Point Contacts under Dynamic Loading". In: 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, p. 503-512.
- Radaelli, G. Z.; Cavalca, K. L., 2013, "Evaluation of the Dynamic Loading in Angular-Contact Ball Bearings". Cobem 2013 - Proceedings of 22nd International Congress of Mechanical Engineering, v. 1. p. 1-11.
- Venner, C. H.; Lubrecht, A. A., 2000, "Multilevel Methods in Lubrication". Netherlands: Elsevier, Tribology Series, vol 37, 400p.

7. RESPONSABILIDADE AUTURAL

"As autoras são as únicas responsáveis pelo conteúdo deste trabalho".

ANALYSIS OF A ROTOR SUPPORTED BY ANGULAR CONTACT BALL BEARINGS UNDER EHD LUBRICATION.

L. Carrer, laiscarrer@hotmail.com¹

L. Bizarre, leticia.bizarre@fem.unicamp.br¹

K. L. Cavalca, katia@fem.unicamp.br¹

¹Faculty of Mechanical Engineering, UNICAMP, Mendeleev Street, 200 - 13083-860, Campinas - SP, Brazil.

Abstract. Rotors are mechanical devices projected for power transmission widely used in industry and everyday life. Testing this equipment can be costly and complex, thus it is fundamental to develop accurate computational models to simplify the project phase of rotors components. This work aims to study a Laval Rotor supported on lubricated angular contact ball bearings, which allow not only the rotational movement, but also support thrust load. The operational conditions applied on the bearings result in an Elastohydrodynamic (EHD) lubrication regime. To obtain equivalent stiffness and damping parameters for each bearing in axial and radial directions, an optimization is carried out, integrating the dynamic equilibrium of the bearings' spheres with the transient multi-level algorithm solution of EHD equations. The complete system is modeled by lumped parameters and the nonlinear bearings reaction forces are included in the model as external forces. The six degrees of freedom system of equations is, then, solved in time domain and, finally, the fundamental frequencies of the complete system are obtained.

Keywords: Laval Rotor, Ball Bearing, EHD Lubrication, Angular Contact.